Ejercicio con fórmulas de probabilidad

Ejercicio. Si sabemos que $P(A) = 0{,}63$, $P(A \cup B) = 0{,}73$ y $P(\overline{A} \cup \overline{B}) = 0{,}83$.

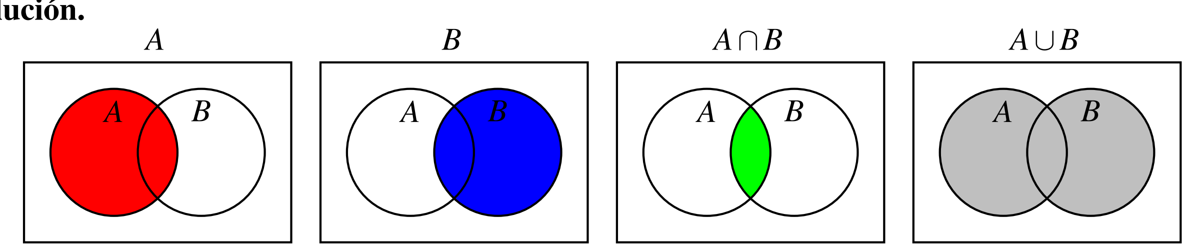
1. Calcula

   a) $P(B)$ *c)* $P(\overline{B}/A)$ *e)* $P(\bar{A} \cup B)$

   b) $P(B/A)$ *d)* $P(A - B)$

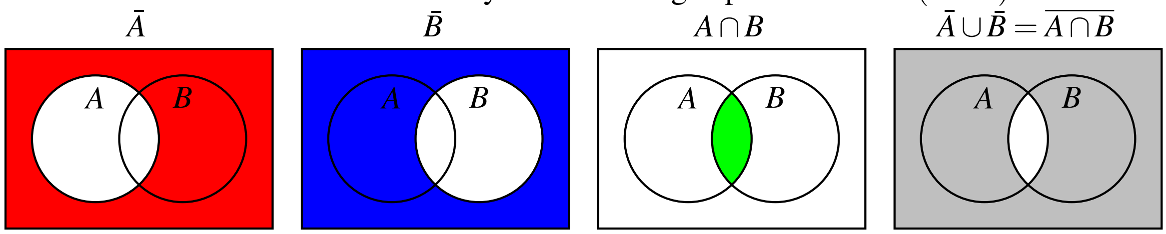
2. ¿Son independientes A y B?. Razona la respuesta.

Solución.



$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow P(B) = P(A \cup B) - P(A) + P(A \cap B)$

solo falta tener en cuenta una de las Leyes de De Morgan para calcular $P(A \cap B)$



$P(\bar{A} \cup \bar{B}) = P(\overline{A \cap B}) = 0{,}83 \Rightarrow P(A \cap B) = 1 - P(\overline{A \cap B}) = 1 - 0{,}83 = 0{,}17.$

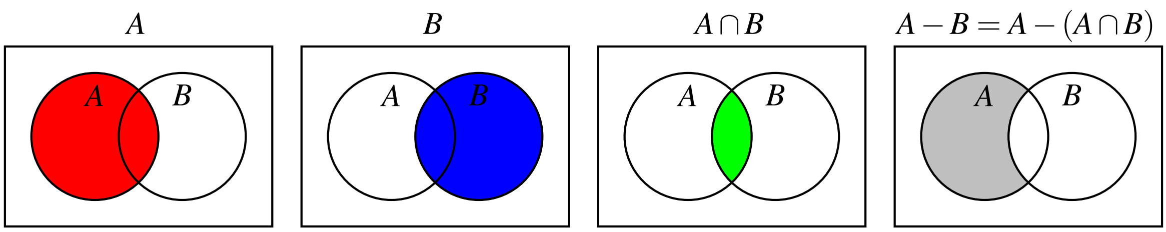
Por tanto:

1. $P(B) = P(A \cup B) - P(A) + P(A \cap B) = 0{,}73 - 0{,}63 + 0{,}17 = 0{,}27$

   a) $P(B/A) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(A)} = \dfrac{0{,}17}{0{,}63} = 0{,}27 = P(B)$ así ya tendríamos que son independientes.

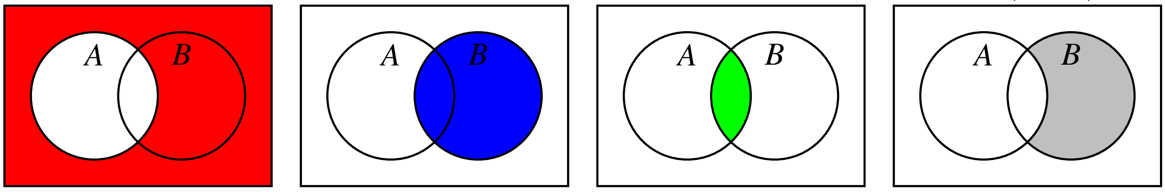
   b) $P(\overline{B}/A) = 1 - P(B/A) = 1 - 0{,}27 = 0{,}73$

   c) $P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = 0{,}63 - 0{,}17 = 0{,}46$



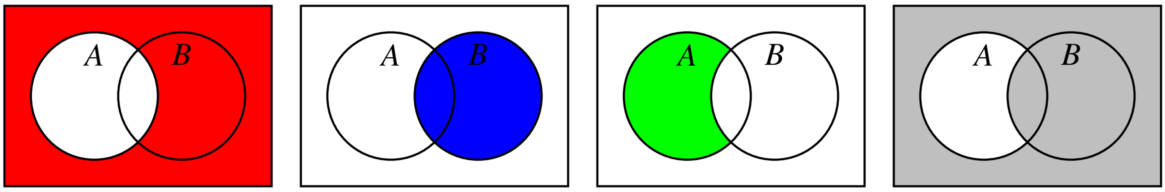
d) $P(\bar{A}\cup B) = P(\bar{A}) + P(B) - P(\bar{A}\cap B)$
$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0{,}63 = 0{,}37$

$\bar{A}$ | B | $A\cap B$ | $\bar{A}\cap B = B - A = B - (A\cap B)$



$P(\bar{A}\cap B) = P(B - A) = P(B) - P(A\cap B) = 0{,}27 - 0{,}17 = 0{,}1$
$P(\bar{A}\cup B) = P(\bar{A}) + P(B) - P(\bar{A}\cap B) = 0{,}37 + 0{,}27 - 0{,}1 = 0{,}54$
También se puede hacer con: $P(\bar{A}\cup B) = P(\overline{A-B}) = 1 - P(A-B) = 1 - 0{,}46 = 0{,}54$

$\bar{A}$ | B | $A - B$ | $\bar{A}\cup B = \overline{A-B}$



2. Como $P(A)\cdot P(B) = 0{,}63\cdot 0{,}27 = 0{,}17 = 0{,}17 = P(A\cap B) \Rightarrow$ Son independientes.