Ejercicio. Dada la variable estadística bidimensional (X, Y), cuya distribución puedes ver en la siguiente tabla:

X	19	16	6	18	12	17	6	9	3	16	13	5
Y	13	15	25	12	12	8	21	20	27	12	16	28

1. Representa su nube de puntos e indica el tipo de dependencia que observas.
2. Halla el coeficiente de correlación lineal y el coeficiente de determinación e interprétalos.
3. Halla las ecuaciones de las dos rectas de regresión.
4. ¿Qué valor de la variable Y cabe esperar si en la X se ha obtenido un valor de 20?
5. ¿Qué valor de la variable X cabe esperar si en la Y se ha obtenido un valor de 7?

Solución

1. Se observa una correlación negativa muy fuerte .
2. Tabla para obtener r

x_i	y_i	x_i^2	y_i^2	$x_i \cdot y_i$
19	13	361	169	247
16	15	256	225	240
6	25	36	625	150
18	12	324	144	216
12	12	144	144	144
17	8	289	64	136
6	21	36	441	126
9	20	81	400	180
3	27	9	729	81
16	12	256	144	192
13	16	169	256	208
5	28	25	784	140
140	209	1986	4125	2060

- Medias marginales
$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{N} = \frac{140}{12} = 11{,}667$ $\qquad$ $\bar{y} = \frac{\sum y_i}{N} = \frac{209}{12} = 17{,}417$
- Varianzas y desviaciones típicas marginales
$S_x^2 = \frac{\sum x_i^2}{N} - \bar{x}^2 = \frac{1986}{12} - 11{,}667^2 = 29{,}389 \Rightarrow S_x = 5{,}421$
$S_y^2 = \frac{\sum y_i^2}{N} - \bar{y}^2 = \frac{4125}{12} - 17{,}417^2 = 40{,}41 \Rightarrow S_y = 6{,}357$
- Covarianza
$S_{xy} = \frac{\sum x_i \cdot y_i}{N} - \bar{x} \cdot \bar{y} = \frac{2060}{12} - 11{,}667 \cdot 17{,}417 = -31{,}528$

- Coeficiente de correlación de Pearson y coeficiente de determinación
  $r = \dfrac{S_{xy}}{S_x \cdot S_y} = \dfrac{-31{,}528}{5{,}421 \cdot 6{,}357} = -0{,}915 \Rightarrow$
  $R^2 = (-0{,}915)^2 = 0{,}8372$
  - El coeficiente de correlación de Pearson sale $r = -0{,}915 \Rightarrow$ existe una correlación negativa muy fuerte .
  - El valor de R^2 nos indica que aproximadamente un 83,6985 % de la variabilidad de las variables puede atribuirse a una relación lineal.

3. $r_{y/x} : y = \bar{y} + \dfrac{S_{xy}}{S_x^2} \cdot (x - \bar{x}) \Rightarrow$

   $r_{y/x} : y = 17{,}417 + \dfrac{-31{,}528}{29{,}389} \cdot (x - 11{,}667) = -1{,}073 \cdot x + (29{,}932)$

   $r_{x/y} : x = \bar{x} + \dfrac{S_{xy}}{S_y^2} \cdot (y - \bar{y}) \Rightarrow$

   $r_{x/y} : x = 11{,}667 + \dfrac{-31{,}528}{40{,}41} \cdot (y - 17{,}417) = -0{,}78 \cdot x + (25{,}255)$
4. $\hat{y} = -1{,}073 \cdot 20 + (29{,}932) = 8{,}472$
5. $\hat{x} = -0{,}78 \cdot 7 + (25{,}255) = 19{,}795$