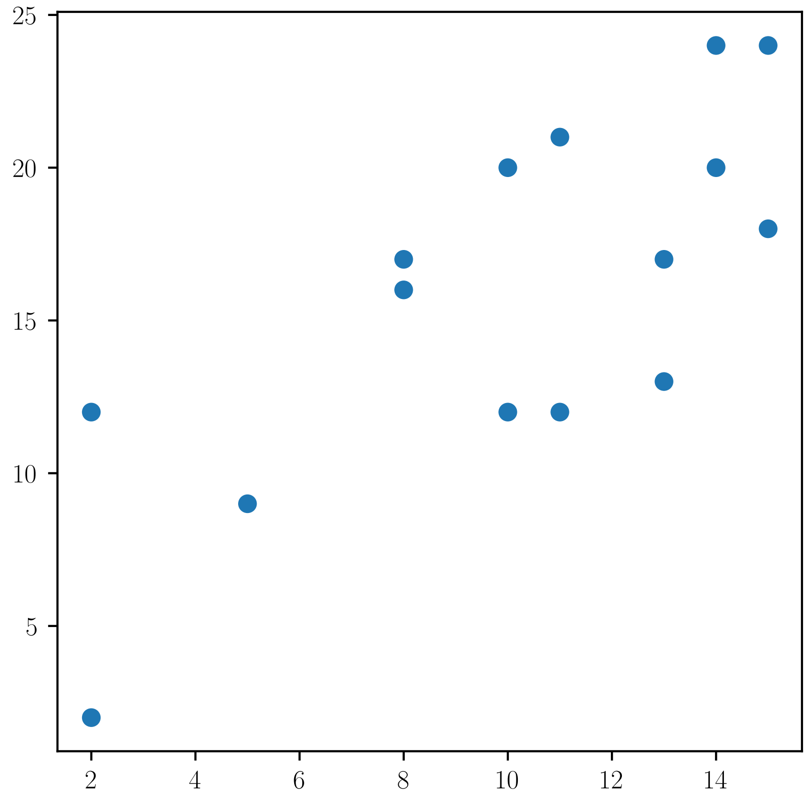
Ejercicio. Dada la variable estadística bidimensional (X, Y), cuya distribución puedes ver en la siguiente tabla:

X	11	10	5	14	11	13	10	8	8	13	14	2	15	15	2
Y	12	12	9	24	21	13	20	16	17	17	20	2	24	18	12

1. Representa su nube de puntos e indica el tipo de dependencia que observas.
2. Halla el coeficiente de correlación lineal y el coeficiente de determinación e interprétalos.
3. Halla las ecuaciones de las dos rectas de regresión.
4. ¿Qué valor de la variable Y cabe esperar si en la X se ha obtenido un valor de 16?
5. ¿Qué valor de la variable X cabe esperar si en la Y se ha obtenido un valor de 1?

Solución

1.



Se observa una correlación positiva fuerte .

2. Tabla para obtener r

x_i	y_i	x_i^2	y_i^2	$x_i \cdot y_i$
11	12	121	144	132
10	12	100	144	120
5	9	25	81	45
14	24	196	576	336
11	21	121	441	231
13	13	169	169	169
10	20	100	400	200
8	16	64	256	128
8	17	64	289	136
13	17	169	289	221
14	20	196	400	280
2	2	4	4	4
15	24	225	576	360
15	18	225	324	270
2	12	4	144	24
151	237	1783	4237	2656

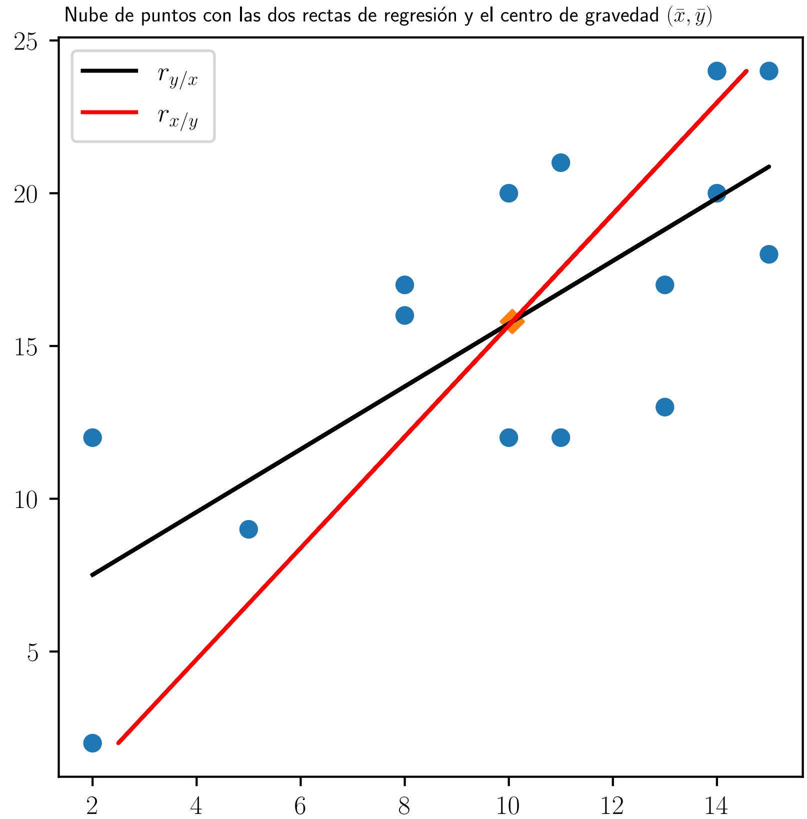
- Medias marginales
  $\bar{x} = \frac{\sum x_i}{N} = \frac{151}{15} = 10{,}067$ $\qquad \bar{y} = \frac{\sum y_i}{N} = \frac{237}{15} = 15{,}8$
- Varianzas y desviaciones típicas marginales
  $S_x^2 = \frac{\sum x_i^2}{N} - \bar{x}^2 = \frac{1783}{15} - 10{,}067^2 = 17{,}529 \Rightarrow S_x = 4{,}187$
  $S_y^2 = \frac{\sum y_i^2}{N} - \bar{y}^2 = \frac{4237}{15} - 15{,}8^2 = 32{,}827 \Rightarrow S_y = 5{,}729$
- Covarianza
  $S_{xy} = \frac{\sum x_i \cdot y_i}{N} - \bar{x} \cdot \bar{y} = \frac{2656}{15} - 10{,}067 \cdot 15{,}8 = 18{,}013$
- Coeficiente de correlación de Pearson y coeficiente de determinación
  $r = \frac{S_{xy}}{S_x \cdot S_y} = \frac{18{,}013}{4{,}187 \cdot 5{,}729} = 0{,}751 \Rightarrow$
  $R^2 = (0{,}751)^2 = 0{,}564$
  - El coeficiente de correlación de Pearson sale $r = 0{,}751 \Rightarrow$ existe una correlación positiva fuerte .
  - El valor de R^2 nos indica que aproximadamente un 56,3906 % de la variabilidad de las variables puede atribuirse a una relación lineal.

3. $r_{y/x} : y = \bar{y} + \frac{S_{xy}}{S_x^2} \cdot (x - \bar{x}) \Rightarrow$

   $r_{y/x} : y = 15{,}8 + \frac{18{,}013}{17{,}529} \cdot (x - 10{,}067) = 1{,}028 \cdot x + (5{,}455)$

   $r_{x/y} : x = \bar{x} + \frac{S_{xy}}{S_y^2} \cdot (y - \bar{y}) \Rightarrow$

   $r_{x/y} : x = 10{,}067 + \frac{18{,}013}{32{,}827} \cdot (y - 15{,}8) = 0{,}549 \cdot x + (1{,}397)$
4. $\hat{y} = 1{,}028 \cdot 16 + (5{,}455) = 21{,}903$
5. $\hat{x} = 0{,}549 \cdot 1 + (1{,}397) = 1{,}946$


Nube de puntos con las dos rectas de regresión y el centro de gravedad $(\bar{x}, \bar{y})$
$r_{y/x}$
$r_{x/y}$
25
20
15
10
5
2
4
6
8
10
12
14