

# Distribuciones de muestreo

## Distribución de medias muestrales

**Ejercicio 1.** El número de horas semanales que los estudiantes de Bachillerato de una ciudad dedican a la redes sociales se distribuye según una ley Normal de media 8 y varianza 7,29.

1. Para muestras de tamaño 36, indique cuál es la distribución de las medias muestrales.
2. ¿Cuál es la probabilidad de que la media de una muestra de tamaño 36, esté comprendida entre 7,82 y 8,36 horas?

**Solución.**

1. Como  $\sigma^2 = 7,29 \Rightarrow \sigma = \sqrt{7,29} \approx 2,7$ . Por tanto

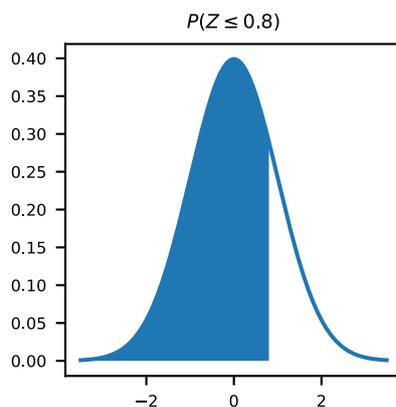
$$\bar{X} \rightsquigarrow N\left(\mu, \sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = N\left(8, \frac{\sqrt{7,29}}{\sqrt{36}} = \frac{2,7}{6,0}\right) = N(8; 0,45)$$

- 2.

$$\begin{aligned} P(7,82 \leq \bar{X} \leq 8,36) &= P\left(\frac{7,82 - 8}{0,45} \leq Z \leq \frac{8,36 - 8}{0,45}\right) \\ &= P(-0,4 \leq Z \leq 0,8) = P(Z \leq 0,8) - P(Z \leq -0,4) \end{aligned}$$

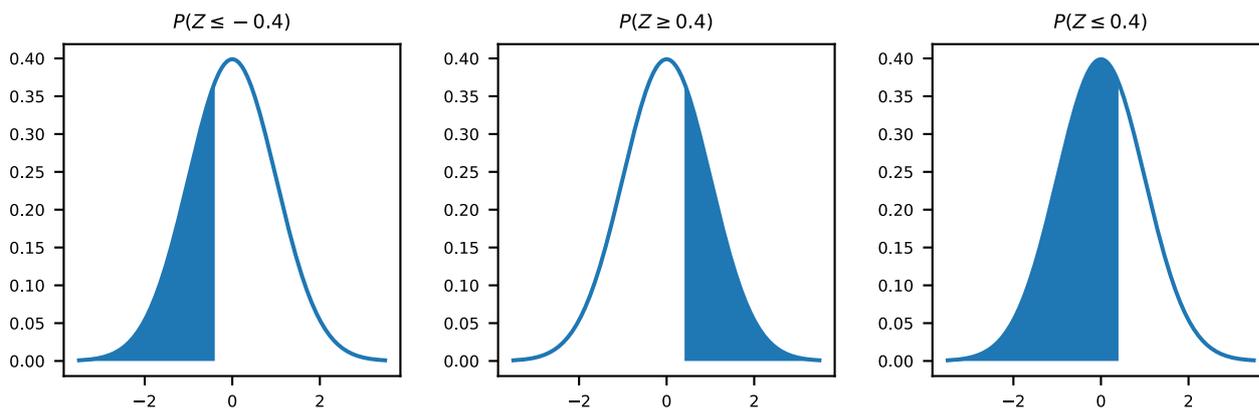
Como

$$P(Z \leq 0,8) = 0,7881$$



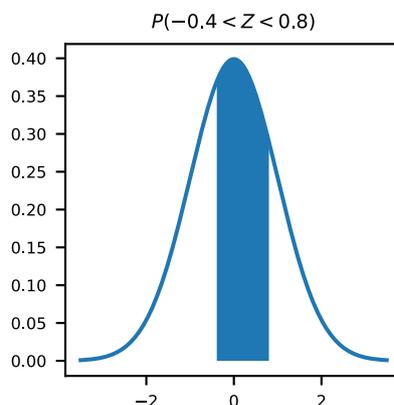
y

$$P(Z \leq -0,4) = P(Z > 0,4) = 1 - P(Z < 0,4) = 1 - 0,6554 = 0,3446$$



tenemos que

$$P(7,82 \leq \bar{X} \leq 8,36) = P(Z \leq 0,8) - P(Z \leq -0,4) = 0,7881 - 0,3446 = 0,4435$$



## Distribución para proporciones

**Ejercicio 2.** Una empresa le ha encargado a una imprenta que le haga tarjetas de visita. Esta imprenta suele imprimir un 5,0% de tarjetas defectuosas. Si han encargado 400 tarjetas:

1. ¿Cuál es la probabilidad de que reciban más del 6,0% de tarjetas defectuosas?
2. ¿Cuál es la probabilidad de que reciban menos de un 3,0% de tarjetas defectuosas?

**Solución.** Llamamos **distribución muestral de proporciones** a la distribución de los valores de  $\hat{P}$ .

La variable aleatoria  $\hat{P}$  tiene las siguientes características:

- La media es:  $\mu = p$ .
- La desviación típica es:  $\sigma_{\hat{p}} = \sqrt{\frac{pq}{n}}$ , siendo  $q = 1 - p$ .
- Para muestras donde  $n \geq 30$  y  $p$  no cercano a 0 ni 1, la distribución de  $\hat{P}$  se aproxima a una distribución **normal**  $N\left(p, \sqrt{\frac{pq}{n}}\right)$ .

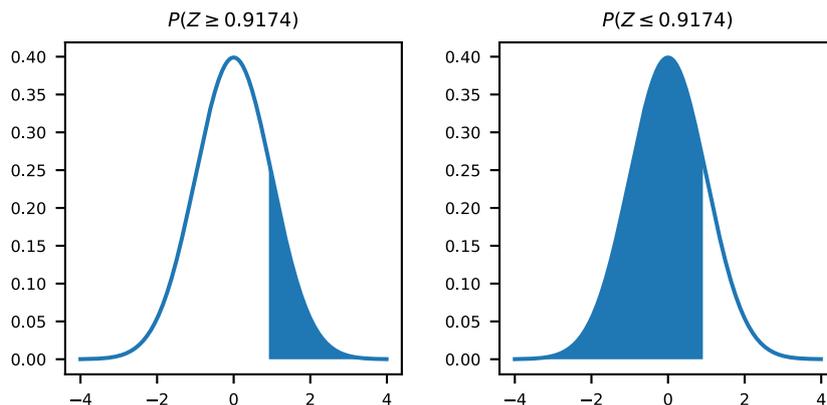
En este caso:

$$n = 400 \geq 30 \text{ y } p = 0,05 \Rightarrow q = 1 - 0,05 = 0,95 \Rightarrow p \cdot q = 0,05 \cdot 0,95 = 0,0475$$

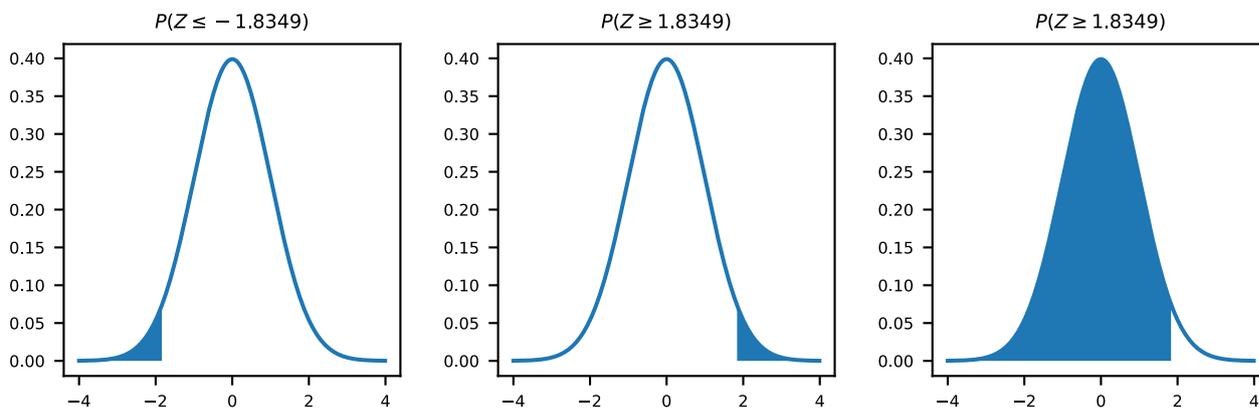
$$\hat{P} \hookrightarrow N(p, \sqrt{\frac{pq}{n}}) = N(0,05; \sqrt{\frac{0,0475}{400}}) = N(0,05; 0,0109)$$

Nos piden:

$$\begin{aligned} 1. P(\hat{P} \geq 0,06) &= P\left(\frac{\hat{P} - 0,05}{0,0109} \geq \frac{0,06 - 0,05}{0,0109}\right) = \\ &= P(Z \geq 0,9174) = 1 - P(Z < 0,9174) = 1 - 0,8205 = 0,1795 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} 2. P(\hat{P} < 0,03) &= P\left(\frac{\hat{P} - 0,05}{0,0109} < \frac{0,03 - 0,05}{0,0109}\right) = P(Z < -1,8349) = \\ &= P(Z > 1,8349) = 1 - P(Z < 1,8349) = 1 - 0,9825 = 0,0175 \end{aligned}$$



[www.picasa.org](http://www.picasa.org)

Esta obra está bajo una licencia Creative Commons “Atribución-CompartirIgual 4.0 Internacional”.

