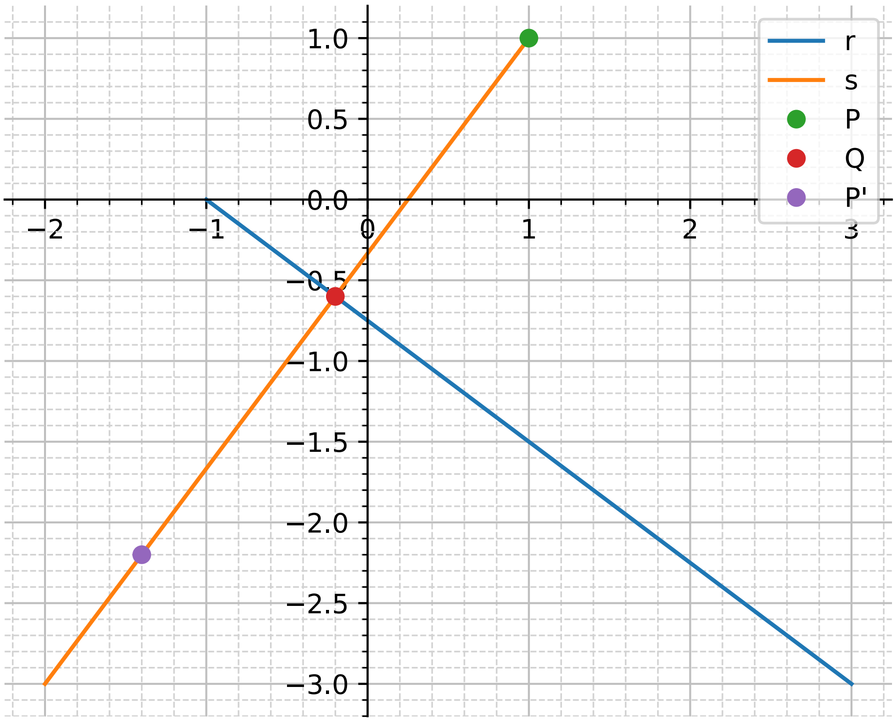
# Punto simétrico de un punto respecto de una recta en el plano

Dado el punto $P=(1,\ 1)$ y la recta $r$ que pasa por los puntos $A\,(3,\ -3)$ y $B\,(-1,\ 0)$.

1. Halla la ecuación general de la recta $r$ .
2. Halla la ecuación de la recta $s$ perpendicular a $r$ que pasa por $P$.
3. Halla la intersección de $r$ y $s$ (llama a este punto $Q$).
4. Halla la distancia de $P$ a $r$: con la fórmula y hallando el módulo del vector $\overrightarrow{PQ}$.
5. Halla el punto simétrico $P'$ del punto $P$ respecto de la recta $r$.

**Solución**

1. Un vector director de la recta $r$ es de la forma $\vec{u}_r=(-1,\ 0)-(3,\ -3)=(-4,\ 3)$ y su vector normal es de la forma $\vec{n}_r=(-3,\ -4)$ , por tanto la ecuación de la recta $r$ tiene que ser de la forma
$$-3x+(-4)\,y+C=0$$
y como pasa por el punto $A\,(3,\ -3)\Rightarrow$
$$-3\cdot(3)+(-4)\cdot(-3)+C=-9+(12)+C=0\Rightarrow 3+C=0\Rightarrow C=-3$$
$r\equiv -3x-4y-3=0$
2. El vector director de la recta $r$ es el vector normal de la recta $s$ y como pasa por $P=(1,\ 1)$, la ecuación de la recta perpendicular tiene que ser de la forma :
$$4x+(-3)\,y+C=0\Rightarrow 4+(-3)+C=0\Rightarrow 1+C=0\Rightarrow C=-1$$
$s\equiv 4x-3y-1=0$
3. Tenemos que resolver el sistema: $\begin{cases} r\equiv -3x-4y-3 & =0\\ s\equiv 4x-3y-1 & =0\end{cases}$. La solución es $Q=\left(-\dfrac{1}{5},\ -\dfrac{3}{5}\right)$
$d(P,r)=\dfrac{|(-3)\cdot(1)+(-4)\cdot(1)+(-3)|}{\sqrt{(-3)^2+(-4)^2}}=\dfrac{10}{5}=2$
$\overrightarrow{PQ}=\left(-\dfrac{1}{5}-1,-\dfrac{3}{5}-1\right)=\left(-\dfrac{6}{5},\ -\dfrac{8}{5}\right)\Rightarrow\left|\overrightarrow{PQ}\right|=\sqrt{\left(-\dfrac{6}{5}\right)^2+\left(-\dfrac{8}{5}\right)^2}=\sqrt{4}=2$
4. $PM(P,P')=Q\Rightarrow P'=P+2\cdot\overrightarrow{PQ}=\left(-\dfrac{7}{5},\ -\dfrac{11}{5}\right)$


r
s
P
Q
P'
1.0
0.5
0.0
−0.5
−1.0
−1.5
−2.0
−2.5
−3.0
−2
−1
0
1
2
3