Resolución de ecuaciones diofánticas de la forma Ax±By=C

La ecuación diofántica $Ax + By = C$ tiene solución si y solo si $d = mcd(A, B)$ es un divisor de C. En ese caso la ecuación tiene infinitas soluciones.
Si resolvemos la ecuación $A \cdot x + B \cdot y = d$ y $q = C/d$ tenemos que $q \cdot A \cdot x + q \cdot B \cdot y = q \cdot d = C$.

Problemas

1. **Resuelve la ecuación diofántica**

$$\boldsymbol{-14x - 94y = 48}$$

Solución

Multiplicamos todos los coeficientes por -1 obteniendo la siguiente ecuación:

$$14x + 94y = -48$$

$$\begin{array}{r|l} 14 & 2 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array} \Leftrightarrow 14 = 2^1 \cdot 7^1 \qquad \begin{array}{r|l} 94 & 2 \\ 47 & 47 \\ 1 & \end{array} \Leftrightarrow 94 = 2^1 \cdot 47^1 \qquad \Rightarrow mcd(14, 94) = 2$$

$-48 = 2 \times (-24)$
Dividimos todos los coeficientes por 2 obteniendo la siguiente ecuación:

$$7x + 47y = -24$$

Resolvamos la ecuación

$$7x + 47y = 1$$

con $q = -24/1 = -24$
Partimos del sistema $\begin{cases} 1 \cdot x + 0 \cdot y & = 7 \\ 0 \cdot x + 1 \cdot y & = 47 \end{cases}$ que tiene como soluciones $x = 7$ e $y = 47$. Su forma matricial es:
Paso 0

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 7 \\ 0 & 1 & 47 \end{pmatrix}$$

$\begin{array}{r|l} 47 & 7 \\ \hline 5 & 6 \end{array} \Rightarrow 47 = 7 \times 6 + 5 \Rightarrow$ Restamos a la segunda fila 6 veces la primera
Paso 1

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 7 \\ -6 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

$\begin{array}{r|l} 7 & 5 \\ \hline 2 & 1 \end{array} \Rightarrow 7 = 5 \times 1 + 2 \Rightarrow$ Restamos a la primera fila 1 veces la segunda
Paso 2

$$\begin{pmatrix} 7 & -1 & 2 \\ -6 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

$\begin{array}{r|l} 5 & 2 \\ \hline 1 & 2 \end{array} \Rightarrow 5 = 2 \times 2 + 1 \Rightarrow$ Restamos a la segunda fila 2 veces la primera

Paso 3

$$\begin{pmatrix} 7 & -1 & 2 \\ -20 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

$\begin{array}{r|l} 2 & 1 \\ \hline 0 & 2 \end{array} \Rightarrow 2 = 1 \times 2 \Rightarrow$ Restamos a la primera fila 2 veces la segunda

Paso 4

$$\begin{pmatrix} 47 & -7 & 0 \\ -20 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

Obtenemos el sistema de ecuaciones equivalente al primero:

$$\begin{cases} (-20) \cdot x + (3) \cdot y & = 1 \\ (47) \cdot x + (-7) \cdot y & = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} (-20) \cdot (7) + (3) \cdot (47) & = 1 \\ (47) \cdot (7) + (-7) \cdot (47) & = 0 \end{cases} \tag{1}$$

Además hemos obtenido que $mcd(7, 47) = 1$. La primera igualdad de (1) la tenemos que multiplicar por q=-24

$(-20) \cdot (7) + (3) \cdot (47) = 1 \Rightarrow -24 \cdot (-20) \cdot (7) + -24 \cdot (3) \cdot (47) = -24 \cdot 1 \Rightarrow$

$$(480) \cdot (7) + (-72) \cdot (47) = -24 \tag{2}$$

Multipliquemos la segunda igualdad de (1) por t

$$(47t) \cdot (7) + (-7t) \cdot (47) = 0 \tag{3}$$

Sumamos (2) a (3) sacando factor común:

$$(47t + 480) \cdot (7) + (-7t - 72) \cdot (47) = -24$$

Solución general $\begin{cases} x = & 47t + 480 \\ y = & -7t - 72 \end{cases} \quad t \in \mathbb{Z}$

2. **Resuelve la ecuación diofántica**

$$\mathbf{77x - 71y = 63}$$

Solución

$\begin{array}{r|l} 77 & 7 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array} \Leftrightarrow 77 = 11^1 \cdot 7^1 \qquad \begin{array}{r|l} 71 & 71 \\ 1 & \end{array} \Leftrightarrow -71 = -71^1 \qquad \Rightarrow mcd(77, -71) = 1$

Resolvamos la ecuación

$$77x - 71y = 1$$

con $q = 63/1 = 63$

Partimos del sistema $\begin{cases} 1 \cdot x + 0 \cdot y & = 77 \\ 0 \cdot x + 1 \cdot y & = -71 \end{cases}$ que tiene como soluciones $x = 77$ e $y = -71$.

Su forma matricial es:

Paso 0

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 77 \\ 0 & 1 & -71 \end{pmatrix}$$

$77 = -71 \times -1 + 6 \Rightarrow$ Sumamos a la primera fila 1 veces la segunda

Paso 1

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 6 \\ 0 & 1 & -71 \end{pmatrix}$$

$-71 = 6 \times -12 + 1 \Rightarrow$ Sumamos a la segunda fila 12 veces la primera

Paso 2

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 6 \\ 12 & 13 & 1 \end{pmatrix}$$

$\begin{array}{c|c} 6 & 1 \\ \hline 0 & 6 \end{array} \Rightarrow 6 = 1 \times 6 \Rightarrow$ Restamos a la primera fila 6 veces la segunda

Paso 3

$$\begin{pmatrix} -71 & -77 & 0 \\ 12 & 13 & 1 \end{pmatrix}$$

Obtenemos el sistema de ecuaciones equivalente al primero:

$$\begin{cases} (12) \cdot x + (13) \cdot y & = 1 \\ (-71) \cdot x + (-77) \cdot y & = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} (12) \cdot (77) + (13) \cdot (-71) & = 1 \\ (-71) \cdot (77) + (-77) \cdot (-71) & = 0 \end{cases} \tag{4}$$

Además hemos obtenido que $mcd(77, -71) = 1$. La primera igualdad de (4) la tenemos que multiplicar por q=63

$(12) \cdot (77) + (13) \cdot (-71) = 1 \Rightarrow 63 \cdot (12) \cdot (77) + 63 \cdot (13) \cdot (-71) = 63 \cdot 1 \Rightarrow$

$$(756) \cdot (77) + (819) \cdot (-71) = 63 \tag{5}$$

Multipliquemos la segunda igualdad de (4) por t

$$(-71t) \cdot (77) + (-77t) \cdot (-71) = 0 \tag{6}$$

Sumamos (5) a (6) sacando factor común:

$$(756 - 71t) \cdot (77) + (819 - 77t) \cdot (-71) = 63$$

Solución general $\begin{cases} x = & 756 - 71t \\ y = & 819 - 77t \end{cases} \quad t \in \mathbb{Z}$

3. **Resuelve la ecuación diofántica**

$$\mathbf{-58x + 42y = -24}$$

Solución

$\begin{array}{r|l} 58 & 2 \\ 29 & 29 \\ 1 & \end{array} \Leftrightarrow -58 = -2^1 \cdot 29^1 \qquad \begin{array}{r|l} 42 & 2 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array} \Leftrightarrow 42 = 2^1 \cdot 3^1 \cdot 7^1 \qquad \Rightarrow mcd(-58, 42) = 2$

$-24 = 2 \times (-12)$
Dividimos todos los coeficientes por 2 obteniendo la siguiente ecuación:

$$-29x + 21y = -12$$

Resolvamos la ecuación

$$-29x + 21y = 1$$

con $q = -12/1 = -12$
Partimos del sistema $\begin{cases} 1 \cdot x + 0 \cdot y & = -29 \\ 0 \cdot x + 1 \cdot y & = 21 \end{cases}$ que tiene como soluciones $x = -29$ e $y = 21$.
Su forma matricial es:
Paso 0

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -29 \\ 0 & 1 & 21 \end{pmatrix}$$

$-29 = 21 \times -2 + 13 \Rightarrow$ Sumamos a la primera fila 2 veces la segunda
Paso 1

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 13 \\ 0 & 1 & 21 \end{pmatrix}$$

$\begin{array}{r|l} 21 & 13 \\ \hline 8 & 1 \end{array}$ $\Rightarrow 21 = 13 \times 1 + 8 \Rightarrow$ Restamos a la segunda fila 1 veces la primera
Paso 2

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 13 \\ -1 & -1 & 8 \end{pmatrix}$$

$\begin{array}{r|l} 13 & 8 \\ \hline 5 & 1 \end{array}$ $\Rightarrow 13 = 8 \times 1 + 5 \Rightarrow$ Restamos a la primera fila 1 veces la segunda
Paso 3

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 \\ -1 & -1 & 8 \end{pmatrix}$$

$\begin{array}{r|l} 8 & 5 \\ \hline 3 & 1 \end{array}$ $\Rightarrow 8 = 5 \times 1 + 3 \Rightarrow$ Restamos a la segunda fila 1 veces la primera
Paso 4

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 \\ -3 & -4 & 3 \end{pmatrix}$$

$\begin{array}{r|l} 5 & 3 \\ \hline 2 & 1 \end{array}$ $\Rightarrow 5 = 3 \times 1 + 2 \Rightarrow$ Restamos a la primera fila 1 veces la segunda
Paso 5

$$\begin{pmatrix} 5 & 7 & 2 \\ -3 & -4 & 3 \end{pmatrix}$$

$\begin{array}{r|l} 3 & 2 \\ \hline 1 & 1 \end{array}$ $\Rightarrow 3 = 2 \times 1 + 1 \Rightarrow$ Restamos a la segunda fila 1 veces la primera
Paso 6

$$\begin{pmatrix} 5 & 7 & 2 \\ -8 & -11 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{array}{c|c} 2 & 1 \\ \hline 0 & 2 \end{array} \Rightarrow 2 = 1 \times 2 \Rightarrow \text{Restamos a la primera fila 2 veces la segunda}$$

Paso 7

$$\begin{pmatrix} 21 & 29 & 0 \\ -8 & -11 & 1 \end{pmatrix}$$

Obtenemos el sistema de ecuaciones equivalente al primero:

$$\begin{cases} (-8) \cdot x + (-11) \cdot y & = 1 \\ (21) \cdot x + (29) \cdot y & = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} (-8) \cdot (-29) + (-11) \cdot (21) & = 1 \\ (21) \cdot (-29) + (29) \cdot (21) & = 0 \end{cases} \tag{7}$$

Además hemos obtenido que $mcd(-29, 21) = 1$. La primera igualdad de (7) la tenemos que multiplicar por q=-12

$(-8) \cdot (-29) + (-11) \cdot (21) = 1 \Rightarrow -12 \cdot (-8) \cdot (-29) + -12 \cdot (-11) \cdot (21) = -12 \cdot 1 \Rightarrow$

$$(96) \cdot (-29) + (132) \cdot (21) = -12 \tag{8}$$

Multipliquemos la segunda igualdad de (7) por t

$$(21t) \cdot (-29) + (29t) \cdot (21) = 0 \tag{9}$$

Sumamos (8) a (9) sacando factor común:

$$(21t + 96) \cdot (-29) + (29t + 132) \cdot (21) = -12$$

Solución general $\begin{cases} x = & 21t + 96 \\ y = & 29t + 132 \end{cases} \quad t \in \mathbb{Z}$

4. **Resuelve la ecuación diofántica**

$$\mathbf{-90x + 18y = 83}$$

Solución

$$\begin{array}{r|l} 90 & 2 \\ 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \Leftrightarrow -90 = -2^1 \cdot 3^2 \cdot 5^1 \qquad \begin{array}{r|l} 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \Leftrightarrow 18 = 2^1 \cdot 3^2 \qquad \Rightarrow mcd(-90, 18) = 18$$

$$\begin{array}{c|c} 8\ 3 & 1\ 8 \\ \hline 1\ 1 & 4 \end{array} \Rightarrow 83 = 18 \times 4 + 11$$

No tiene solución ya que el mcd(A,B) no divide a C

5. **Resuelve la ecuación diofántica**

$$\mathbf{9x - 14y = -90}$$

Solución

$$\begin{array}{r|l} 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \Leftrightarrow 9 = 3^2 \qquad \begin{array}{r|l} 14 & 2 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array} \Leftrightarrow -14 = -2^1 \cdot 7^1 \qquad \Rightarrow mcd(9, -14) = 1$$

Resolvamos la ecuación

$$9x - 14y = 1$$

con $q = -90/1 = -90$

Partimos del sistema $\begin{cases} 1 \cdot x + 0 \cdot y & = 9 \\ 0 \cdot x + 1 \cdot y & = -14 \end{cases}$ que tiene como soluciones $x = 9$ e $y = -14$. Su forma matricial es:

Paso 0

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 9 \\ 0 & 1 & -14 \end{pmatrix}$$

$-14 = 9 \times -2 + 4 \Rightarrow$ Sumamos a la segunda fila 2 veces la primera

Paso 1

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 9 \\ 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

$\begin{array}{r|l} 9 & 4 \\ \hline 1 & 2 \end{array} \Rightarrow 9 = 4 \times 2 + 1 \Rightarrow$ Restamos a la primera fila 2 veces la segunda

Paso 2

$$\begin{pmatrix} -3 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

$\begin{array}{r|l} 4 & 1 \\ \hline 0 & 4 \end{array} \Rightarrow 4 = 1 \times 4 \Rightarrow$ Restamos a la segunda fila 4 veces la primera

Paso 3

$$\begin{pmatrix} -3 & -2 & 1 \\ 14 & 9 & 0 \end{pmatrix}$$

Obtenemos el sistema de ecuaciones equivalente al primero:

$$\begin{cases} (-3) \cdot x + (-2) \cdot y & = 1 \\ (14) \cdot x + (9) \cdot y & = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} (-3) \cdot (9) + (-2) \cdot (-14) & = 1 \\ (14) \cdot (9) + (9) \cdot (-14) & = 0 \end{cases} \tag{10}$$

Además hemos obtenido que $mcd(9, -14) = 1$. La primera igualdad de (10) la tenemos que multiplicar por q=-90

$(-3) \cdot (9) + (-2) \cdot (-14) = 1 \Rightarrow -90 \cdot (-3) \cdot (9) + -90 \cdot (-2) \cdot (-14) = -90 \cdot 1 \Rightarrow$

$$(270) \cdot (9) + (180) \cdot (-14) = -90 \tag{11}$$

Multipliquemos la segunda igualdad de (10) por t

$$(14t) \cdot (9) + (9t) \cdot (-14) = 0 \tag{12}$$

Sumamos (11) a (12) sacando factor común:

$$(14t + 270) \cdot (9) + (9t + 180) \cdot (-14) = -90$$

Solución general $\begin{cases} x = & 14t + 270 \\ y = & 9t + 180 \end{cases} \quad t \in \mathbb{Z}$

6. **Resuelve la ecuación diofántica**

$$\boldsymbol{-47x - 29y = -71}$$

Solución

Multiplicamos todos los coeficientes por -1 obteniendo la siguiente ecuación:

$$47x + 29y = 71$$

$$\begin{array}{r|l} 47 & 47 \\ 1 & \end{array} \Leftrightarrow 47 = 47^1 \qquad \begin{array}{r|l} 29 & 29 \\ 1 & \end{array} \Leftrightarrow 29 = 29^1 \qquad \Rightarrow mcd(47, 29) = 1$$

Resolvamos la ecuación

$$47x + 29y = 1$$

con $q = 71/1 = 71$

Partimos del sistema $\begin{cases} 1 \cdot x + 0 \cdot y & = 47 \\ 0 \cdot x + 1 \cdot y & = 29 \end{cases}$ que tiene como soluciones $x = 47$ e $y = 29$. Su forma matricial es:

Paso 0

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 47 \\ 0 & 1 & 29 \end{pmatrix}$$

$\begin{array}{r|l} 4\ 7 & 2\ 9 \\ \hline 1\ 8 & 1 \end{array} \Rightarrow 47 = 29 \times 1 + 18 \Rightarrow$ Restamos a la primera fila 1 veces la segunda

Paso 1

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 18 \\ 0 & 1 & 29 \end{pmatrix}$$

$\begin{array}{r|l} 2\ 9 & 1\ 8 \\ \hline 1\ 1 & 1 \end{array} \Rightarrow 29 = 18 \times 1 + 11 \Rightarrow$ Restamos a la segunda fila 1 veces la primera

Paso 2

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 18 \\ -1 & 2 & 11 \end{pmatrix}$$

$\begin{array}{r|l} 1\ 8 & 1\ 1 \\ \hline 7 & 1 \end{array} \Rightarrow 18 = 11 \times 1 + 7 \Rightarrow$ Restamos a la primera fila 1 veces la segunda

Paso 3

$$\begin{pmatrix} 2 & -3 & 7 \\ -1 & 2 & 11 \end{pmatrix}$$

$\begin{array}{r|l} 1\ 1 & 7 \\ \hline 4 & 1 \end{array} \Rightarrow 11 = 7 \times 1 + 4 \Rightarrow$ Restamos a la segunda fila 1 veces la primera

Paso 4

$$\begin{pmatrix} 2 & -3 & 7 \\ -3 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

$\begin{array}{r|l} 7 & 4 \\ \hline 3 & 1 \end{array} \Rightarrow 7 = 4 \times 1 + 3 \Rightarrow$ Restamos a la primera fila 1 veces la segunda

Paso 5

$$\begin{pmatrix} 5 & -8 & 3 \\ -3 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

$\begin{array}{r|l} 4 & 3 \\ \hline 1 & 1 \end{array} \Rightarrow 4 = 3 \times 1 + 1 \Rightarrow$ Restamos a la segunda fila 1 veces la primera

Paso 6

$$\begin{pmatrix} 5 & -8 & 3 \\ -8 & 13 & 1 \end{pmatrix}$$

$\begin{array}{c|c} 3 & 1 \\ \cline{2-2} 0 & 3 \end{array} \Rightarrow 3 = 1 \times 3 \Rightarrow$ Restamos a la primera fila 3 veces la segunda

Paso 7

$$\begin{pmatrix} 29 & -47 & 0 \\ -8 & 13 & 1 \end{pmatrix}$$

Obtenemos el sistema de ecuaciones equivalente al primero:

$$\begin{cases} (-8) \cdot x + (13) \cdot y & = 1 \\ (29) \cdot x + (-47) \cdot y & = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} (-8) \cdot (47) + (13) \cdot (29) & = 1 \\ (29) \cdot (47) + (-47) \cdot (29) & = 0 \end{cases} \tag{13}$$

Además hemos obtenido que $mcd(47, 29) = 1$. La primera igualdad de (13) la tenemos que multiplicar por q=71

$(-8) \cdot (47) + (13) \cdot (29) = 1 \Rightarrow 71 \cdot (-8) \cdot (47) + 71 \cdot (13) \cdot (29) = 71 \cdot 1 \Rightarrow$

$$(-568) \cdot (47) + (923) \cdot (29) = 71 \tag{14}$$

Multipliquemos la segunda igualdad de (13) por t

$$(29t) \cdot (47) + (-47t) \cdot (29) = 0 \tag{15}$$

Sumamos (14) a (15) sacando factor común:

$$(29t - 568) \cdot (47) + (923 - 47t) \cdot (29) = 71$$

Solución general $\begin{cases} x = & 29t - 568 \\ y = & 923 - 47t \end{cases} \quad t \in \mathbb{Z}$

7. **Resuelve la ecuación diofántica**

$$\boldsymbol{52x - 95y = -20}$$

Solución

$\begin{array}{r|l} 52 & 2 \\ 26 & 2 \\ 13 & 13 \\ 1 & \end{array} \Leftrightarrow 52 = 13^1 \cdot 2^2 \qquad \begin{array}{r|l} 95 & 5 \\ 19 & 19 \\ 1 & \end{array} \Leftrightarrow -95 = -19^1 \cdot 5^1 \qquad \Rightarrow mcd(52, -95) = 1$

Resolvamos la ecuación

$$52x - 95y = 1$$

con $q = -20/1 = -20$

Partimos del sistema $\begin{cases} 1 \cdot x + 0 \cdot y & = 52 \\ 0 \cdot x + 1 \cdot y & = -95 \end{cases}$ que tiene como soluciones $x = 52$ e $y = -95$.

Su forma matricial es:

Paso 0

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 52 \\ 0 & 1 & -95 \end{pmatrix}$$

$-95 = 52 \times -2 + 09 \Rightarrow$ Sumamos a la segunda fila 2 veces la primera

Paso 1

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 52 \\ 2 & 1 & 9 \end{pmatrix}$$

$$\begin{array}{r|l} 5\ 2 & 9 \\ \cline{2-2} 7 & 5 \end{array} \Rightarrow 52 = 9 \times 5 + 7 \Rightarrow \text{Restamos a la primera fila 5 veces la segunda}$$

Paso 2

$$\begin{pmatrix} -9 & -5 & 7 \\ 2 & 1 & 9 \end{pmatrix}$$

$$\begin{array}{r|l} 9 & 7 \\ \cline{2-2} 2 & 1 \end{array} \Rightarrow 9 = 7 \times 1 + 2 \Rightarrow \text{Restamos a la segunda fila 1 veces la primera}$$

Paso 3

$$\begin{pmatrix} -9 & -5 & 7 \\ 11 & 6 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{array}{r|l} 7 & 2 \\ \cline{2-2} 1 & 3 \end{array} \Rightarrow 7 = 2 \times 3 + 1 \Rightarrow \text{Restamos a la primera fila 3 veces la segunda}$$

Paso 4

$$\begin{pmatrix} -42 & -23 & 1 \\ 11 & 6 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 1 \\ \cline{2-2} 0 & 2 \end{array} \Rightarrow 2 = 1 \times 2 \Rightarrow \text{Restamos a la segunda fila 2 veces la primera}$$

Paso 5

$$\begin{pmatrix} -42 & -23 & 1 \\ 95 & 52 & 0 \end{pmatrix}$$

Obtenemos el sistema de ecuaciones equivalente al primero:

$$\begin{cases} (-42) \cdot x + (-23) \cdot y & = 1 \\ (95) \cdot x + (52) \cdot y & = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} (-42) \cdot (52) + (-23) \cdot (-95) & = 1 \\ (95) \cdot (52) + (52) \cdot (-95) & = 0 \end{cases} \tag{16}$$

Además hemos obtenido que $mcd(52, -95) = 1$. La primera igualdad de (16) la tenemos que multiplicar por q=-20

$(-42) \cdot (52) + (-23) \cdot (-95) = 1 \Rightarrow -20 \cdot (-42) \cdot (52) + -20 \cdot (-23) \cdot (-95) = -20 \cdot 1 \Rightarrow$

$$(840) \cdot (52) + (460) \cdot (-95) = -20 \tag{17}$$

Multipliquemos la segunda igualdad de (16) por t

$$(95t) \cdot (52) + (52t) \cdot (-95) = 0 \tag{18}$$

Sumamos (17) a (18) sacando factor común:

$$(95t + 840) \cdot (52) + (52t + 460) \cdot (-95) = -20$$

Solución general $\begin{cases} x = & 95t + 840 \\ y = & 52t + 460 \end{cases} \quad t \in \mathbb{Z}$

8. **Resuelve la ecuación diofántica**

$$\mathbf{20x + 12y = -10}$$

Solución

$$\begin{array}{r|l} 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \Leftrightarrow 20 = 2^2 \cdot 5^1 \qquad \begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \Leftrightarrow 12 = 2^2 \cdot 3^1 \qquad \Rightarrow mcd(20, 12) = 4$$

$-10 = 4 \times -3 + 2$

No tiene solución ya que el mcd(A,B) no divide a C

9. **Resuelve la ecuación diofántica**

$$\mathbf{13x - 40y = 37}$$

Solución

$$\begin{array}{r|l} 13 & 13 \\ 1 & \end{array} \Leftrightarrow 13 = 13^1 \qquad \begin{array}{r|l} 40 & 2 \\ 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \Leftrightarrow -40 = -2^3 \cdot 5^1 \qquad \Rightarrow mcd(13, -40) = 1$$

Resolvamos la ecuación

$$13x - 40y = 1$$

con $q = 37/1 = 37$

Partimos del sistema $\begin{cases} 1 \cdot x + 0 \cdot y & = 13 \\ 0 \cdot x + 1 \cdot y & = -40 \end{cases}$ que tiene como soluciones $x = 13$ e $y = -40$.

Su forma matricial es:

Paso 0

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 13 \\ 0 & 1 & -40 \end{pmatrix}$$

$-40 = 13 \times -4 + 12 \Rightarrow$ Sumamos a la segunda fila 4 veces la primera

Paso 1

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 13 \\ 4 & 1 & 12 \end{pmatrix}$$

$$\begin{array}{r|l} 1\ 3 & 1\ 2 \\ \hline 1 & 1 \end{array} \Rightarrow 13 = 12 \times 1 + 1 \Rightarrow \text{Restamos a la primera fila 1 veces la segunda}$$

Paso 2

$$\begin{pmatrix} -3 & -1 & 1 \\ 4 & 1 & 12 \end{pmatrix}$$

$$\begin{array}{r|l} 1\ 2 & 1 \\ \hline 0\ 2 & 1\ 2 \\ 0 & \end{array} \Rightarrow 12 = 1 \times 12 \Rightarrow \text{Restamos a la segunda fila 12 veces la primera}$$

Paso 3

$$\begin{pmatrix} -3 & -1 & 1 \\ 40 & 13 & 0 \end{pmatrix}$$

Obtenemos el sistema de ecuaciones equivalente al primero:

$$\begin{cases} (-3)\cdot x + (-1)\cdot y &= 1 \\ (40)\cdot x + (13)\cdot y &= 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} (-3)\cdot(13) + (-1)\cdot(-40) &= 1 \\ (40)\cdot(13) + (13)\cdot(-40) &= 0 \end{cases} \tag{19}$$

Además hemos obtenido que $mcd(13, -40) = 1$. La primera igualdad de (19) la tenemos que multiplicar por q=37

$(-3)\cdot(13) + (-1)\cdot(-40) = 1 \Rightarrow 37\cdot(-3)\cdot(13) + 37\cdot(-1)\cdot(-40) = 37\cdot 1 \Rightarrow$

$$(-111)\cdot(13) + (-37)\cdot(-40) = 37 \tag{20}$$

Multipliquemos la segunda igualdad de (19) por t

$$(40t)\cdot(13) + (13t)\cdot(-40) = 0 \tag{21}$$

Sumamos (20) a (21) sacando factor común:

$$(40t - 111)\cdot(13) + (13t - 37)\cdot(-40) = 37$$

Solución general $\begin{cases} x = & 40t - 111 \\ y = & 13t - 37 \end{cases} \quad t \in \mathbb{Z}$

10. **Resuelve la ecuación diofántica**

$$\boldsymbol{-47x + 88y = 64}$$

Solución

$$\begin{array}{r|l} 47 & 47 \\ 1 & \end{array} \Leftrightarrow -47 = -47^1 \qquad \begin{array}{r|l} 88 & 2 \\ 44 & 2 \\ 22 & 2 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array} \Leftrightarrow 88 = 11^1 \cdot 2^3 \qquad \Rightarrow mcd(-47, 88) = 1$$

Resolvamos la ecuación

$$-47x + 88y = 1$$

con $q = 64/1 = 64$

Partimos del sistema $\begin{cases} 1\cdot x + 0\cdot y &= -47 \\ 0\cdot x + 1\cdot y &= 88 \end{cases}$ que tiene como soluciones $x = -47$ e $y = 88$.

Su forma matricial es:

Paso 0

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -47 \\ 0 & 1 & 88 \end{pmatrix}$$

$88 = -47 \times -1 + 41 \Rightarrow$ Sumamos a la segunda fila 1 veces la primera

Paso 1

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -47 \\ 1 & 1 & 41 \end{pmatrix}$$

$-47 = 41 \times -2 + 35 \Rightarrow$ Sumamos a la primera fila 2 veces la segunda

Paso 2

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 35 \\ 1 & 1 & 41 \end{pmatrix}$$

$$\begin{array}{r|l} 4\ 1 & 3\ 5 \\ \hline 6 & 1 \end{array} \Rightarrow 41 = 35 \times 1 + 6 \Rightarrow \text{Restamos a la segunda fila 1 veces la primera}$$

Paso 3

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 35 \\ -2 & -1 & 6 \end{pmatrix}$$

$$\begin{array}{r|l} 3\ 5 & 6 \\ \hline 5 & 5 \end{array} \Rightarrow 35 = 6 \times 5 + 5 \Rightarrow \text{Restamos a la primera fila 5 veces la segunda}$$

Paso 4

$$\begin{pmatrix} 13 & 7 & 5 \\ -2 & -1 & 6 \end{pmatrix}$$

$$\begin{array}{r|l} 6 & 5 \\ \hline 1 & 1 \end{array} \Rightarrow 6 = 5 \times 1 + 1 \Rightarrow \text{Restamos a la segunda fila 1 veces la primera}$$

Paso 5

$$\begin{pmatrix} 13 & 7 & 5 \\ -15 & -8 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{array}{r|l} 5 & 1 \\ \hline 0 & 5 \end{array} \Rightarrow 5 = 1 \times 5 \Rightarrow \text{Restamos a la primera fila 5 veces la segunda}$$

Paso 6

$$\begin{pmatrix} 88 & 47 & 0 \\ -15 & -8 & 1 \end{pmatrix}$$

Obtenemos el sistema de ecuaciones equivalente al primero:

$$\begin{cases} (-15) \cdot x + (-8) \cdot y & = 1 \\ (88) \cdot x + (47) \cdot y & = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} (-15) \cdot (-47) + (-8) \cdot (88) & = 1 \\ (88) \cdot (-47) + (47) \cdot (88) & = 0 \end{cases} \tag{22}$$

Además hemos obtenido que $mcd(-47, 88) = 1$. La primera igualdad de (22) la tenemos que multiplicar por q=64

$(-15) \cdot (-47) + (-8) \cdot (88) = 1 \Rightarrow 64 \cdot (-15) \cdot (-47) + 64 \cdot (-8) \cdot (88) = 64 \cdot 1 \Rightarrow$

$$(-960) \cdot (-47) + (-512) \cdot (88) = 64 \tag{23}$$

Multipliquemos la segunda igualdad de (22) por t

$$(88t) \cdot (-47) + (47t) \cdot (88) = 0 \tag{24}$$

Sumamos (23) a (24) sacando factor común:

$$(88t - 960) \cdot (-47) + (47t - 512) \cdot (88) = 64$$

Solución general $\begin{cases} x = & 88t - 960 \\ y = & 47t - 512 \end{cases} \quad t \in \mathbb{Z}$

11. **Resuelve la ecuación diofántica**

$$\mathbf{94x - 12y = -26}$$

Solución

$$\begin{array}{r|l} 94 & 2 \\ 47 & 47 \\ 1 & \end{array} \Leftrightarrow 94 = 2^1 \cdot 47^1 \qquad \begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \Leftrightarrow -12 = -2^2 \cdot 3^1 \qquad \Rightarrow mcd(94, -12) = 2$$

$-26 = 2 \times (-13)$
Dividimos todos los coeficientes por 2 obteniendo la siguiente ecuación:

$$47x - 6y = -13$$

Resolvamos la ecuación

$$47x - 6y = 1$$

con $q = -13/1 = -13$
Partimos del sistema $\begin{cases} 1 \cdot x + 0 \cdot y & = 47 \\ 0 \cdot x + 1 \cdot y & = -6 \end{cases}$ que tiene como soluciones $x = 47$ e $y = -6$. Su forma matricial es:
Paso 0

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 47 \\ 0 & 1 & -6 \end{pmatrix}$$

$47 = -6 \times -7 + 5 \Rightarrow$ Sumamos a la primera fila 7 veces la segunda
Paso 1

$$\begin{pmatrix} 1 & 7 & 5 \\ 0 & 1 & -6 \end{pmatrix}$$

$-6 = 5 \times -2 + 4 \Rightarrow$ Sumamos a la segunda fila 2 veces la primera
Paso 2

$$\begin{pmatrix} 1 & 7 & 5 \\ 2 & 15 & 4 \end{pmatrix}$$

$\begin{array}{r|l} 5 & 4 \\ \hline 1 & 1 \end{array} \Rightarrow 5 = 4 \times 1 + 1 \Rightarrow$ Restamos a la primera fila 1 veces la segunda
Paso 3

$$\begin{pmatrix} -1 & -8 & 1 \\ 2 & 15 & 4 \end{pmatrix}$$

$\begin{array}{r|l} 4 & 1 \\ \hline 0 & 4 \end{array} \Rightarrow 4 = 1 \times 4 \Rightarrow$ Restamos a la segunda fila 4 veces la primera
Paso 4

$$\begin{pmatrix} -1 & -8 & 1 \\ 6 & 47 & 0 \end{pmatrix}$$

Obtenemos el sistema de ecuaciones equivalente al primero:

$$\begin{cases} (-1) \cdot x + (-8) \cdot y & = 1 \\ (6) \cdot x + (47) \cdot y & = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} (-1) \cdot (47) + (-8) \cdot (-6) & = 1 \\ (6) \cdot (47) + (47) \cdot (-6) & = 0 \end{cases} \tag{25}$$

Además hemos obtenido que $mcd(47, -6) = 1$. La primera igualdad de (25) la tenemos que multiplicar por q=-13

$(-1) \cdot (47) + (-8) \cdot (-6) = 1 \Rightarrow -13 \cdot (-1) \cdot (47) + -13 \cdot (-8) \cdot (-6) = -13 \cdot 1 \Rightarrow$

$$(13) \cdot (47) + (104) \cdot (-6) = -13 \tag{26}$$

Multipliquemos la segunda igualdad de (25) por t

$$(6t) \cdot (47) + (47t) \cdot (-6) = 0 \tag{27}$$

Sumamos (26) a (27) sacando factor común:

$$(6t + 13) \cdot (47) + (47t + 104) \cdot (-6) = -13$$

Solución general $\begin{cases} x = & 6t + 13 \\ y = & 47t + 104 \end{cases} \quad t \in \mathbb{Z}$

12. **Resuelve la ecuación diofántica**

$$\mathbf{55x - 41y = 89}$$

Solución

$\begin{array}{r|l} 55 & 5 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array} \Leftrightarrow 55 = 11^1 \cdot 5^1 \qquad \begin{array}{r|l} 41 & 41 \\ 1 & \end{array} \Leftrightarrow -41 = -41^1 \qquad \Rightarrow mcd(55, -41) = 1$

Resolvamos la ecuación

$$55x - 41y = 1$$

con $q = 89/1 = 89$

Partimos del sistema $\begin{cases} 1 \cdot x + 0 \cdot y & = 55 \\ 0 \cdot x + 1 \cdot y & = -41 \end{cases}$ que tiene como soluciones $x = 55$ e $y = -41$.

Su forma matricial es:

Paso 0

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 55 \\ 0 & 1 & -41 \end{pmatrix}$$

$55 = -41 \times -1 + 14 \Rightarrow$ Sumamos a la primera fila 1 veces la segunda

Paso 1

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 14 \\ 0 & 1 & -41 \end{pmatrix}$$

$-41 = 14 \times -3 + 01 \Rightarrow$ Sumamos a la segunda fila 3 veces la primera

Paso 2

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 14 \\ 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

$\begin{array}{r|l} 1\ 4 & 1 \\ \hline 0\ 4 & 1\ 4 \\ 0 & \end{array} \Rightarrow 14 = 1 \times 14 \Rightarrow$ Restamos a la primera fila 14 veces la segunda

Paso 3

$$\begin{pmatrix} -41 & -55 & 0 \\ 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

Obtenemos el sistema de ecuaciones equivalente al primero:

$$\begin{cases}(3)\cdot x+(4)\cdot y & =1\\ (-41)\cdot x+(-55)\cdot y & =0\end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases}(3)\cdot(55)+(4)\cdot(-41) & =1\\ (-41)\cdot(55)+(-55)\cdot(-41) & =0\end{cases} \tag{28}$$

Además hemos obtenido que $mcd(55,-41)=1$. La primera igualdad de (28) la tenemos que multiplicar por q=89

$(3)\cdot(55)+(4)\cdot(-41)=1 \Rightarrow 89\cdot(3)\cdot(55)+89\cdot(4)\cdot(-41)=89\cdot 1\Rightarrow$

$$(267)\cdot(55)+(356)\cdot(-41)=89 \tag{29}$$

Multipliquemos la segunda igualdad de (28) por t

$$(-41t)\cdot(55)+(-55t)\cdot(-41)=0 \tag{30}$$

Sumamos (29) a (30) sacando factor común:

$$(267-41t)\cdot(55)+(356-55t)\cdot(-41)=89$$

Solución general $\begin{cases}x= & 267-41t\\ y= & 356-55t\end{cases}$ $t\in\mathbb{Z}$

13. **Resuelve la ecuación diofántica**

$$\boldsymbol{-57x-74y=-67}$$

Solución

Multiplicamos todos los coeficientes por -1 obteniendo la siguiente ecuación:

$$57x+74y=67$$

$\begin{array}{r|l}57 & 3\\ 19 & 19\\ 1 & \end{array} \Leftrightarrow 57=19^1\cdot 3^1$ $\quad\begin{array}{r|l}74 & 2\\ 37 & 37\\ 1 & \end{array} \Leftrightarrow 74=2^1\cdot 37^1$ $\quad\Rightarrow mcd(57,74)=1$

Resolvamos la ecuación

$$57x+74y=1$$

con $q=67/1=67$

Partimos del sistema $\begin{cases}1\cdot x+0\cdot y & =57\\ 0\cdot x+1\cdot y & =74\end{cases}$ que tiene como soluciones $x=57$ e $y=74$. Su forma matricial es:

Paso 0

$$\begin{pmatrix}1 & 0 & 57\\ 0 & 1 & 74\end{pmatrix}$$

$\begin{array}{l|l}7\ 4 & 5\ 7\\ \hline 1\ 7 & 1\end{array} \Rightarrow 74=57\times 1+17\Rightarrow$ Restamos a la segunda fila 1 veces la primera

Paso 1

$$\begin{pmatrix}1 & 0 & 57\\ -1 & 1 & 17\end{pmatrix}$$

$$\begin{array}{r|l} 57 & 17 \\ \hline 6 & 3 \end{array} \Rightarrow 57 = 17 \times 3 + 6 \Rightarrow \text{Restamos a la primera fila 3 veces la segunda}$$

Paso 2

$$\begin{pmatrix} 4 & -3 & 6 \\ -1 & 1 & 17 \end{pmatrix}$$

$$\begin{array}{r|l} 17 & 6 \\ \hline 5 & 2 \end{array} \Rightarrow 17 = 6 \times 2 + 5 \Rightarrow \text{Restamos a la segunda fila 2 veces la primera}$$

Paso 3

$$\begin{pmatrix} 4 & -3 & 6 \\ -9 & 7 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\begin{array}{r|l} 6 & 5 \\ \hline 1 & 1 \end{array} \Rightarrow 6 = 5 \times 1 + 1 \Rightarrow \text{Restamos a la primera fila 1 veces la segunda}$$

Paso 4

$$\begin{pmatrix} 13 & -10 & 1 \\ -9 & 7 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\begin{array}{r|l} 5 & 1 \\ \hline 0 & 5 \end{array} \Rightarrow 5 = 1 \times 5 \Rightarrow \text{Restamos a la segunda fila 5 veces la primera}$$

Paso 5

$$\begin{pmatrix} 13 & -10 & 1 \\ -74 & 57 & 0 \end{pmatrix}$$

Obtenemos el sistema de ecuaciones equivalente al primero:

$$\begin{cases} (13) \cdot x + (-10) \cdot y & = 1 \\ (-74) \cdot x + (57) \cdot y & = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} (13) \cdot (57) + (-10) \cdot (74) & = 1 \\ (-74) \cdot (57) + (57) \cdot (74) & = 0 \end{cases} \tag{31}$$

Además hemos obtenido que $mcd(57, 74) = 1$. La primera igualdad de (31) la tenemos que multiplicar por q=67

$(13) \cdot (57) + (-10) \cdot (74) = 1 \Rightarrow 67 \cdot (13) \cdot (57) + 67 \cdot (-10) \cdot (74) = 67 \cdot 1 \Rightarrow$

$$(871) \cdot (57) + (-670) \cdot (74) = 67 \tag{32}$$

Multipliquemos la segunda igualdad de (31) por t

$$(-74t) \cdot (57) + (57t) \cdot (74) = 0 \tag{33}$$

Sumamos (32) a (33) sacando factor común:

$$(871 - 74t) \cdot (57) + (57t - 670) \cdot (74) = 67$$

Solución general $\begin{cases} x = & 871 - 74t \\ y = & 57t - 670 \end{cases} \quad t \in \mathbb{Z}$

14. **Resuelve la ecuación diofántica**

$$\mathbf{-11x + 91y = -73}$$

Solución

$$\begin{array}{r|l} 11 & 11 \\ 1 & \end{array} \Leftrightarrow -11 = -11^1 \qquad \begin{array}{r|l} 91 & 7 \\ 13 & 13 \\ 1 & \end{array} \Leftrightarrow 91 = 13^1 \cdot 7^1 \qquad \Rightarrow mcd(-11,91) = 1$$

Resolvamos la ecuación

$$-11x + 91y = 1$$

con $q = -73/1 = -73$

Partimos del sistema $\begin{cases} 1 \cdot x + 0 \cdot y & = -11 \\ 0 \cdot x + 1 \cdot y & = 91 \end{cases}$ que tiene como soluciones $x = -11$ e $y = 91$.

Su forma matricial es:

Paso 0

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -11 \\ 0 & 1 & 91 \end{pmatrix}$$

$91 = -11 \times -8 + 3 \Rightarrow$ Sumamos a la segunda fila 8 veces la primera

Paso 1

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -11 \\ 8 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

$-11 = 3 \times -4 + 1 \Rightarrow$ Sumamos a la primera fila 4 veces la segunda

Paso 2

$$\begin{pmatrix} 33 & 4 & 1 \\ 8 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

$\begin{array}{r|l} 3 & 1 \\ \hline 0 & 3 \end{array} \Rightarrow 3 = 1 \times 3 \Rightarrow$ Restamos a la segunda fila 3 veces la primera

Paso 3

$$\begin{pmatrix} 33 & 4 & 1 \\ -91 & -11 & 0 \end{pmatrix}$$

Obtenemos el sistema de ecuaciones equivalente al primero:

$$\begin{cases} (33) \cdot x + (4) \cdot y & = 1 \\ (-91) \cdot x + (-11) \cdot y & = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} (33) \cdot (-11) + (4) \cdot (91) & = 1 \\ (-91) \cdot (-11) + (-11) \cdot (91) & = 0 \end{cases} \tag{34}$$

Además hemos obtenido que $mcd(-11,91) = 1$. La primera igualdad de (34) la tenemos que multiplicar por q=-73

$(33) \cdot (-11) + (4) \cdot (91) = 1 \Rightarrow -73 \cdot (33) \cdot (-11) + -73 \cdot (4) \cdot (91) = -73 \cdot 1 \Rightarrow$

$$(-2409) \cdot (-11) + (-292) \cdot (91) = -73 \tag{35}$$

Multipliquemos la segunda igualdad de (34) por t

$$(-91t) \cdot (-11) + (-11t) \cdot (91) = 0 \tag{36}$$

Sumamos (35) a (36) sacando factor común:

$$(-91t - 2409) \cdot (-11) + (-11t - 292) \cdot (91) = -73$$

Solución general $\begin{cases} x = & -91t - 2409 \\ y = & -11t - 292 \end{cases} \quad t \in \mathbb{Z}$

15. **Resuelve la ecuación diofántica**

$$\mathbf{-84x + 21y = 20}$$

Solución

$$\begin{array}{r|l} 84 & 2 \\ 42 & 2 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array} \Leftrightarrow -84 = -2^2 \cdot 3^1 \cdot 7^1 \qquad \begin{array}{r|l} 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array} \Leftrightarrow 21 = 3^1 \cdot 7^1 \qquad \Rightarrow mcd(-84, 21) = 21$$

$$\begin{array}{r|l} 2\ 0 & \underline{2\ 1} \\ 2\ 0 & 0 \end{array} \Rightarrow 20 = 21 \times 0 + 20$$

No tiene solución ya que el mcd(A,B) no divide a C

16. **Resuelve la ecuación diofántica**

$$\mathbf{47x + 99y = -17}$$

Solución

$$\begin{array}{r|l} 47 & 47 \\ 1 & \end{array} \Leftrightarrow 47 = 47^1 \qquad \begin{array}{r|l} 99 & 3 \\ 33 & 3 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array} \Leftrightarrow 99 = 11^1 \cdot 3^2 \qquad \Rightarrow mcd(47, 99) = 1$$

Resolvamos la ecuación

$$47x + 99y = 1$$

con $q = -17/1 = -17$

Partimos del sistema $\begin{cases} 1 \cdot x + 0 \cdot y & = 47 \\ 0 \cdot x + 1 \cdot y & = 99 \end{cases}$ que tiene como soluciones $x = 47$ e $y = 99$. Su forma matricial es:

Paso 0

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 47 \\ 0 & 1 & 99 \end{pmatrix}$$

$$\begin{array}{r|l} 9\ 9 & \underline{4\ 7} \\ 5 & 2 \end{array} \Rightarrow 99 = 47 \times 2 + 5 \Rightarrow \text{Restamos a la segunda fila 2 veces la primera}$$

Paso 1

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 47 \\ -2 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\begin{array}{r|l} 4\ 7 & \underline{5} \\ 2 & 9 \end{array} \Rightarrow 47 = 5 \times 9 + 2 \Rightarrow \text{Restamos a la primera fila 9 veces la segunda}$$

Paso 2

$$\begin{pmatrix} 19 & -9 & 2 \\ -2 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\begin{array}{r|l} 5 & \underline{2} \\ 1 & 2 \end{array} \Rightarrow 5 = 2 \times 2 + 1 \Rightarrow \text{Restamos a la segunda fila 2 veces la primera}$$

Paso 3

$$\begin{pmatrix} 19 & -9 & 2 \\ -40 & 19 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{array}{c|c} 2 & 1 \\ \hline 0 & 2 \end{array} \Rightarrow 2 = 1 \times 2 \Rightarrow \text{Restamos a la primera fila 2 veces la segunda}$$

Paso 4

$$\begin{pmatrix} 99 & -47 & 0 \\ -40 & 19 & 1 \end{pmatrix}$$

Obtenemos el sistema de ecuaciones equivalente al primero:

$$\begin{cases} (-40)\cdot x + (19)\cdot y & = 1 \\ (99)\cdot x + (-47)\cdot y & = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} (-40)\cdot(47) + (19)\cdot(99) & = 1 \\ (99)\cdot(47) + (-47)\cdot(99) & = 0 \end{cases} \tag{37}$$

Además hemos obtenido que $mcd(47, 99) = 1$. La primera igualdad de (37) la tenemos que multiplicar por q=-17

$(-40)\cdot(47) + (19)\cdot(99) = 1 \Rightarrow -17\cdot(-40)\cdot(47) + -17\cdot(19)\cdot(99) = -17\cdot 1 \Rightarrow$

$$(680)\cdot(47) + (-323)\cdot(99) = -17 \tag{38}$$

Multipliquemos la segunda igualdad de (37) por t

$$(99t)\cdot(47) + (-47t)\cdot(99) = 0 \tag{39}$$

Sumamos (38) a (39) sacando factor común:

$$(99t + 680)\cdot(47) + (-47t - 323)\cdot(99) = -17$$

Solución general $\begin{cases} x = & 99t + 680 \\ y = & -47t - 323 \end{cases} \quad t \in \mathbb{Z}$

17. **Resuelve la ecuación diofántica**

$$\mathbf{72x + 100y = 2}$$

Solución

$$\begin{array}{r|l} 72 & 2 \\ 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \Leftrightarrow 72 = 2^3 \cdot 3^2 \qquad \begin{array}{r|l} 100 & 2 \\ 50 & 2 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \Leftrightarrow 100 = 2^2 \cdot 5^2 \qquad \Rightarrow mcd(72, 100) = 4$$

$$\begin{array}{c|c} 2 & 4 \\ \hline 2 & 0 \end{array} \Rightarrow 2 = 4 \times 0 + 2$$

No tiene solución ya que el mcd(A,B) no divide a C

18. **Resuelve la ecuación diofántica**

$$\mathbf{38x + 36y = -15}$$

Solución

$$\begin{array}{r|l} 38 & 2 \\ 19 & 19 \\ 1 & \end{array} \Leftrightarrow 38 = 19^1 \cdot 2^1 \qquad \begin{array}{r|l} 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \Leftrightarrow 36 = 2^2 \cdot 3^2 \qquad \Rightarrow mcd(38, 36) = 2$$

$-15 = 2 \times -8 + 1$

No tiene solución ya que el mcd(A,B) no divide a C

19. **Resuelve la ecuación diofántica**

$$\mathbf{39x + 10y = -17}$$

Solución

$$\begin{array}{r|l} 39 & 3 \\ 13 & 13 \\ 1 & \end{array} \Leftrightarrow 39 = 13^1 \cdot 3^1 \qquad \begin{array}{r|l} 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \Leftrightarrow 10 = 2^1 \cdot 5^1 \qquad \Rightarrow mcd(39, 10) = 1$$

Resolvamos la ecuación

$$39x + 10y = 1$$

con $q = -17/1 = -17$

Partimos del sistema $\begin{cases} 1 \cdot x + 0 \cdot y & = 39 \\ 0 \cdot x + 1 \cdot y & = 10 \end{cases}$ que tiene como soluciones $x = 39$ e $y = 10$. Su forma matricial es:

Paso 0

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 39 \\ 0 & 1 & 10 \end{pmatrix}$$

$\begin{array}{r|l} 39 & 10 \\ \hline 9 & 3 \end{array} \Rightarrow 39 = 10 \times 3 + 9 \Rightarrow$ Restamos a la primera fila 3 veces la segunda

Paso 1

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & 9 \\ 0 & 1 & 10 \end{pmatrix}$$

$\begin{array}{r|l} 10 & 9 \\ \hline 1 & 1 \end{array} \Rightarrow 10 = 9 \times 1 + 1 \Rightarrow$ Restamos a la segunda fila 1 veces la primera

Paso 2

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & 9 \\ -1 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

$\begin{array}{r|l} 9 & 1 \\ \hline 0 & 9 \end{array} \Rightarrow 9 = 1 \times 9 \Rightarrow$ Restamos a la primera fila 9 veces la segunda

Paso 3

$$\begin{pmatrix} 10 & -39 & 0 \\ -1 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

Obtenemos el sistema de ecuaciones equivalente al primero:

$$\begin{cases} (-1) \cdot x + (4) \cdot y & = 1 \\ (10) \cdot x + (-39) \cdot y & = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} (-1) \cdot (39) + (4) \cdot (10) & = 1 \\ (10) \cdot (39) + (-39) \cdot (10) & = 0 \end{cases} \tag{40}$$

Además hemos obtenido que $mcd(39, 10) = 1$. La primera igualdad de (40) la tenemos que multiplicar por q=-17

$(-1) \cdot (39) + (4) \cdot (10) = 1 \Rightarrow -17 \cdot (-1) \cdot (39) + -17 \cdot (4) \cdot (10) = -17 \cdot 1 \Rightarrow$

$$(17) \cdot (39) + (-68) \cdot (10) = -17 \tag{41}$$

Multipliquemos la segunda igualdad de (40) por t

$$(10t) \cdot (39) + (-39t) \cdot (10) = 0 \tag{42}$$

Sumamos (41) a (42) sacando factor común:

$$(10t + 17) \cdot (39) + (-39t - 68) \cdot (10) = -17$$

Solución general $\begin{cases} x = & 10t + 17 \\ y = & -39t - 68 \end{cases} \quad t \in \mathbb{Z}$

20. **Resuelve la ecuación diofántica**

$$\mathbf{-6x - 31y = 73}$$

Solución

Multiplicamos todos los coeficientes por -1 obteniendo la siguiente ecuación:

$$6x + 31y = -73$$

$\begin{array}{r|l} 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \Leftrightarrow 6 = 2^1 \cdot 3^1 \qquad \begin{array}{r|l} 31 & 31 \\ 1 & \end{array} \Leftrightarrow 31 = 31^1 \qquad \Rightarrow mcd(6, 31) = 1$

Resolvamos la ecuación

$$6x + 31y = 1$$

con $q = -73/1 = -73$

Partimos del sistema $\begin{cases} 1 \cdot x + 0 \cdot y & = 6 \\ 0 \cdot x + 1 \cdot y & = 31 \end{cases}$ que tiene como soluciones $x = 6$ e $y = 31$. Su forma matricial es:

Paso 0

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 6 \\ 0 & 1 & 31 \end{pmatrix}$$

$\begin{array}{r|l} 31 & 6 \\ \hline 1 & 5 \end{array} \Rightarrow 31 = 6 \times 5 + 1 \Rightarrow$ Restamos a la segunda fila 5 veces la primera

Paso 1

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 6 \\ -5 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$\begin{array}{r|l} 6 & 1 \\ \hline 0 & 6 \end{array} \Rightarrow 6 = 1 \times 6 \Rightarrow$ Restamos a la primera fila 6 veces la segunda

Paso 2

$$\begin{pmatrix} 31 & -6 & 0 \\ -5 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Obtenemos el sistema de ecuaciones equivalente al primero:

$$\begin{cases} (-5) \cdot x + (1) \cdot y & = 1 \\ (31) \cdot x + (-6) \cdot y & = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} (-5) \cdot (6) + (1) \cdot (31) & = 1 \\ (31) \cdot (6) + (-6) \cdot (31) & = 0 \end{cases} \tag{43}$$

Además hemos obtenido que $mcd(6,31) = 1$. La primera igualdad de (43) la tenemos que multiplicar por q=-73

$(-5)\cdot(6) + (1)\cdot(31) = 1 \Rightarrow -73\cdot(-5)\cdot(6) + -73\cdot(1)\cdot(31) = -73\cdot 1 \Rightarrow$

$$(365)\cdot(6) + (-73)\cdot(31) = -73 \tag{44}$$

Multipliquemos la segunda igualdad de (43) por t

$$(31t)\cdot(6) + (-6t)\cdot(31) = 0 \tag{45}$$

Sumamos (44) a (45) sacando factor común:

$$(31t+365)\cdot(6) + (-6t-73)\cdot(31) = -73$$

Solución general $\begin{cases} x = & 31t+365 \\ y = & -6t-73 \end{cases} \quad t \in \mathbb{Z}$

21. **Resuelve la ecuación diofántica**

$$\mathbf{-98x - 6y = 65}$$

Solución

Multiplicamos todos los coeficientes por -1 obteniendo la siguiente ecuación:

$$98x + 6y = -65$$

$\begin{array}{r|l} 98 & 2 \\ 49 & 7 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array} \Leftrightarrow 98 = 2^1 \cdot 7^2 \qquad \begin{array}{r|l} 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \Leftrightarrow 6 = 2^1 \cdot 3^1 \qquad \Rightarrow mcd(98,6) = 2$

$-65 = 2 \times -33 + 1$

No tiene solución ya que el mcd(A,B) no divide a C

22. **Resuelve la ecuación diofántica**

$$\mathbf{-88x - 86y = 10}$$

Solución

Multiplicamos todos los coeficientes por -1 obteniendo la siguiente ecuación:

$$88x + 86y = -10$$

$\begin{array}{r|l} 88 & 2 \\ 44 & 2 \\ 22 & 2 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array} \Leftrightarrow 88 = 11^1 \cdot 2^3 \qquad \begin{array}{r|l} 86 & 2 \\ 43 & 43 \\ 1 & \end{array} \Leftrightarrow 86 = 2^1 \cdot 43^1 \qquad \Rightarrow mcd(88,86) = 2$

$-10 = 2 \times (-5)$

Dividimos todos los coeficientes por 2 obteniendo la siguiente ecuación:

$$44x + 43y = -5$$

Resolvamos la ecuación

$$44x + 43y = 1$$

con $q = -5/1 = -5$

Partimos del sistema $\begin{cases} 1 \cdot x + 0 \cdot y & = 44 \\ 0 \cdot x + 1 \cdot y & = 43 \end{cases}$ que tiene como soluciones $x = 44$ e $y = 43$. Su forma matricial es:

Paso 0

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 44 \\ 0 & 1 & 43 \end{pmatrix}$$

$\begin{array}{r|l} 4\ 4 & 4\ 3 \\ \hline 1 & 1 \end{array}$ $\Rightarrow 44 = 43 \times 1 + 1 \Rightarrow$ Restamos a la primera fila 1 veces la segunda

Paso 1

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 43 \end{pmatrix}$$

$\begin{array}{r|l} 4\ 3 & 1 \\ \hline 0\ 3 & 4\ 3 \\ 0 & \end{array}$ $\Rightarrow 43 = 1 \times 43 \Rightarrow$ Restamos a la segunda fila 43 veces la primera

Paso 2

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -43 & 44 & 0 \end{pmatrix}$$

Obtenemos el sistema de ecuaciones equivalente al primero:

$$\begin{cases} (1) \cdot x + (-1) \cdot y & = 1 \\ (-43) \cdot x + (44) \cdot y & = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} (1) \cdot (44) + (-1) \cdot (43) & = 1 \\ (-43) \cdot (44) + (44) \cdot (43) & = 0 \end{cases} \tag{46}$$

Además hemos obtenido que $mcd(44, 43) = 1$. La primera igualdad de (46) la tenemos que multiplicar por q=-5

$(1) \cdot (44) + (-1) \cdot (43) = 1 \Rightarrow -5 \cdot (1) \cdot (44) + -5 \cdot (-1) \cdot (43) = -5 \cdot 1 \Rightarrow$

$$(-5) \cdot (44) + (5) \cdot (43) = -5 \tag{47}$$

Multipliquemos la segunda igualdad de (46) por t

$$(-43t) \cdot (44) + (44t) \cdot (43) = 0 \tag{48}$$

Sumamos (47) a (48) sacando factor común:

$$(-43t - 5) \cdot (44) + (44t + 5) \cdot (43) = -5$$

Solución general $\begin{cases} x = & -43t - 5 \\ y = & 44t + 5 \end{cases} \quad t \in \mathbb{Z}$

23. **Resuelve la ecuación diofántica**

$$\mathbf{26x + 57y = -92}$$

Solución

$\begin{array}{r|l} 26 & 2 \\ 13 & 13 \\ 1 & \end{array} \Leftrightarrow 26 = 13^1 \cdot 2^1 \qquad \begin{array}{r|l} 57 & 3 \\ 19 & 19 \\ 1 & \end{array} \Leftrightarrow 57 = 19^1 \cdot 3^1 \qquad \Rightarrow mcd(26, 57) = 1$

Resolvamos la ecuación
$$26x + 57y = 1$$
con $q = -92/1 = -92$

Partimos del sistema $\begin{cases} 1 \cdot x + 0 \cdot y & = 26 \\ 0 \cdot x + 1 \cdot y & = 57 \end{cases}$ que tiene como soluciones $x = 26$ e $y = 57$. Su forma matricial es:

Paso 0

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 26 \\ 0 & 1 & 57 \end{pmatrix}$$

$\begin{array}{r|l} 5\ 7 & 2\ 6 \\ \hline 5 & 2 \end{array}$ $\Rightarrow 57 = 26 \times 2 + 5 \Rightarrow$ Restamos a la segunda fila 2 veces la primera

Paso 1

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 26 \\ -2 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

$\begin{array}{r|l} 2\ 6 & 5 \\ \hline 1 & 5 \end{array}$ $\Rightarrow 26 = 5 \times 5 + 1 \Rightarrow$ Restamos a la primera fila 5 veces la segunda

Paso 2

$$\begin{pmatrix} 11 & -5 & 1 \\ -2 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

$\begin{array}{r|l} 5 & 1 \\ \hline 0 & 5 \end{array}$ $\Rightarrow 5 = 1 \times 5 \Rightarrow$ Restamos a la segunda fila 5 veces la primera

Paso 3

$$\begin{pmatrix} 11 & -5 & 1 \\ -57 & 26 & 0 \end{pmatrix}$$

Obtenemos el sistema de ecuaciones equivalente al primero:

$$\begin{cases} (11) \cdot x + (-5) \cdot y & = 1 \\ (-57) \cdot x + (26) \cdot y & = 0 \end{cases} \Rightarrow$$
$$\begin{cases} (11) \cdot (26) + (-5) \cdot (57) & = 1 \\ (-57) \cdot (26) + (26) \cdot (57) & = 0 \end{cases} \tag{49}$$

Además hemos obtenido que $mcd(26, 57) = 1$. La primera igualdad de (49) la tenemos que multiplicar por q=-92

$(11) \cdot (26) + (-5) \cdot (57) = 1 \Rightarrow -92 \cdot (11) \cdot (26) + -92 \cdot (-5) \cdot (57) = -92 \cdot 1 \Rightarrow$

$$(-1012) \cdot (26) + (460) \cdot (57) = -92 \tag{50}$$

Multipliquemos la segunda igualdad de (49) por t

$$(-57t) \cdot (26) + (26t) \cdot (57) = 0 \tag{51}$$

Sumamos (50) a (51) sacando factor común:

$$(-57t - 1012) \cdot (26) + (26t + 460) \cdot (57) = -92$$

Solución general $\begin{cases} x = & -57t - 1012 \\ y = & 26t + 460 \end{cases} \quad t \in \mathbb{Z}$

24. **Resuelve la ecuación diofántica**

$$\mathbf{16x - 59y = -14}$$

Solución

$$\begin{array}{r|l} 16 & 2 \\ 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array} \Leftrightarrow 16 = 2^4 \qquad \begin{array}{r|l} 59 & 59 \\ 1 & \end{array} \Leftrightarrow -59 = -59^1 \qquad \Rightarrow mcd(16, -59) = 1$$

Resolvamos la ecuación

$$16x - 59y = 1$$

con $q = -14/1 = -14$

Partimos del sistema $\begin{cases} 1 \cdot x + 0 \cdot y & = 16 \\ 0 \cdot x + 1 \cdot y & = -59 \end{cases}$ que tiene como soluciones $x = 16$ e $y = -59$.

Su forma matricial es:

Paso 0

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 16 \\ 0 & 1 & -59 \end{pmatrix}$$

$-59 = 16 \times -4 + 05 \Rightarrow$ Sumamos a la segunda fila 4 veces la primera

Paso 1

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 16 \\ 4 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

$\begin{array}{r|l} 1\ 6 & 5 \\ \hline 1 & 3 \end{array} \Rightarrow 16 = 5 \times 3 + 1 \Rightarrow$ Restamos a la primera fila 3 veces la segunda

Paso 2

$$\begin{pmatrix} -11 & -3 & 1 \\ 4 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

$\begin{array}{r|l} 5 & 1 \\ \hline 0 & 5 \end{array} \Rightarrow 5 = 1 \times 5 \Rightarrow$ Restamos a la segunda fila 5 veces la primera

Paso 3

$$\begin{pmatrix} -11 & -3 & 1 \\ 59 & 16 & 0 \end{pmatrix}$$

Obtenemos el sistema de ecuaciones equivalente al primero:

$$\begin{cases} (-11) \cdot x + (-3) \cdot y & = 1 \\ (59) \cdot x + (16) \cdot y & = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} (-11) \cdot (16) + (-3) \cdot (-59) & = 1 \\ (59) \cdot (16) + (16) \cdot (-59) & = 0 \end{cases} \tag{52}$$

Además hemos obtenido que $mcd(16, -59) = 1$. La primera igualdad de (52) la tenemos que multiplicar por q=-14

$(-11) \cdot (16) + (-3) \cdot (-59) = 1 \Rightarrow -14 \cdot (-11) \cdot (16) + -14 \cdot (-3) \cdot (-59) = -14 \cdot 1 \Rightarrow$

$$(154) \cdot (16) + (42) \cdot (-59) = -14 \tag{53}$$

Multipliquemos la segunda igualdad de (52) por t

$$(59t)\cdot(16)+(16t)\cdot(-59)=0 \tag{54}$$

Sumamos (53) a (54) sacando factor común:

$$(59t+154)\cdot(16)+(16t+42)\cdot(-59)=-14$$

Solución general $\begin{cases} x = & 59t+154 \\ y = & 16t+42 \end{cases} \quad t\in\mathbb{Z}$

25. **Resuelve la ecuación diofántica**

$$\mathbf{38x-93y=21}$$

Solución

$$\begin{array}{r|l} 38 & 2 \\ 19 & 19 \\ 1 & \end{array} \Leftrightarrow 38 = 19^1\cdot 2^1 \qquad \begin{array}{r|l} 93 & 3 \\ 31 & 31 \\ 1 & \end{array} \Leftrightarrow -93 = -3^1\cdot 31^1 \qquad \Rightarrow mcd(38,-93)=1$$

Resolvamos la ecuación

$$38x-93y=1$$

con $q=21/1=21$

Partimos del sistema $\begin{cases} 1\cdot x+0\cdot y & =38 \\ 0\cdot x+1\cdot y & =-93 \end{cases}$ que tiene como soluciones $x=38$ e $y=-93$.

Su forma matricial es:

Paso 0

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 38 \\ 0 & 1 & -93 \end{pmatrix}$$

$-93=38\times -3+21 \Rightarrow$ Sumamos a la segunda fila 3 veces la primera

Paso 1

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 38 \\ 3 & 1 & 21 \end{pmatrix}$$

$\begin{array}{r|l} 38 & 21 \\ \hline 17 & 1 \end{array} \Rightarrow 38=21\times 1+17 \Rightarrow$ Restamos a la primera fila 1 veces la segunda

Paso 2

$$\begin{pmatrix} -2 & -1 & 17 \\ 3 & 1 & 21 \end{pmatrix}$$

$\begin{array}{r|l} 21 & 17 \\ \hline 4 & 1 \end{array} \Rightarrow 21=17\times 1+4 \Rightarrow$ Restamos a la segunda fila 1 veces la primera

Paso 3

$$\begin{pmatrix} -2 & -1 & 17 \\ 5 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

$\begin{array}{r|l} 17 & 4 \\ \hline 1 & 4 \end{array} \Rightarrow 17=4\times 4+1 \Rightarrow$ Restamos a la primera fila 4 veces la segunda

Paso 4

$$\begin{pmatrix} -22 & -9 & 1 \\ 5 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{array}{c|c} 4 & 1 \\ \hline 0 & 4 \end{array} \Rightarrow 4 = 1 \times 4 \Rightarrow \text{Restamos a la segunda fila 4 veces la primera}$$

Paso 5

$$\begin{pmatrix} -22 & -9 & 1 \\ 93 & 38 & 0 \end{pmatrix}$$

Obtenemos el sistema de ecuaciones equivalente al primero:

$$\begin{cases} (-22) \cdot x + (-9) \cdot y & = 1 \\ (93) \cdot x + (38) \cdot y & = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} (-22) \cdot (38) + (-9) \cdot (-93) & = 1 \\ (93) \cdot (38) + (38) \cdot (-93) & = 0 \end{cases} \tag{55}$$

Además hemos obtenido que $mcd(38, -93) = 1$. La primera igualdad de (55) la tenemos que multiplicar por q=21

$(-22) \cdot (38) + (-9) \cdot (-93) = 1 \Rightarrow 21 \cdot (-22) \cdot (38) + 21 \cdot (-9) \cdot (-93) = 21 \cdot 1 \Rightarrow$

$$(-462) \cdot (38) + (-189) \cdot (-93) = 21 \tag{56}$$

Multipliquemos la segunda igualdad de (55) por t

$$(93t) \cdot (38) + (38t) \cdot (-93) = 0 \tag{57}$$

Sumamos (56) a (57) sacando factor común:

$$(93t - 462) \cdot (38) + (38t - 189) \cdot (-93) = 21$$

Solución general $\begin{cases} x = & 93t - 462 \\ y = & 38t - 189 \end{cases} \quad t \in \mathbb{Z}$