Ejercicios de límites del tipo 0/0 en funciones racionales usando el método de Ruffini

1. Calcula el límite $\lim_{x\to -2}\left(\dfrac{x^3-3x^2-6x+8}{x^4-4x^3-4x^2+16x}\right)$

   Solución:

   Si sustituimos x = -2 en el numerador y denominador, obtenemos que
   $\lim_{x\to -2}\left(\dfrac{x^3-3x^2-6x+8}{x^4-4x^3-4x^2+16x}\right)=Indt\left[\dfrac{0}{0}\right]$

   Numerador

   $$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -3 & -6 & 8 \\ -2 & & -2 & 10 & -8 \\ \hline & 1 & -5 & 4 & 0 \end{array}$$

   $x^3-3x^2-6x+8=(x+2)\cdot(x^2-5x+4)$

   Denominador

   $$\begin{array}{r|rrrrr} & 1 & -4 & -4 & 16 & 0 \\ -2 & & -2 & 12 & -16 & 0 \\ \hline & 1 & -6 & 8 & 0 & 0 \end{array}$$

   $x^4-4x^3-4x^2+16x=(x+2)\cdot(x^3-6x^2+8x)$

   $$\lim_{x\to -2}\left(\frac{x^3-3x^2-6x+8}{x^4-4x^3-4x^2+16x}\right)=\lim_{x\to -2}\left(\frac{(x+2)\left(x^2-5x+4\right)}{(x+2)\left(x^3-6x^2+8x\right)}\right)=$$

   $$=\lim_{x\to -2}\left(\frac{x^2-5x+4}{x^3-6x^2+8x}\right)=-\frac{3}{8}$$

2. Calcula el límite $\lim_{x\to 3}\left(\dfrac{x^4-7x^3+3x^2+63x-108}{x^3-3x^2-9x+27}\right)$

   Solución:

   Si sustituimos $x=3$ en el numerador y denominador, obtenemos que
   $\lim_{x\to 3}\left(\dfrac{x^4-7x^3+3x^2+63x-108}{x^3-3x^2-9x+27}\right)=Indt\left[\dfrac{0}{0}\right]$

   Numerador

   $$\begin{array}{r|rrrrr} & 1 & -7 & 3 & 63 & -108 \\ 3 & & 3 & -12 & -27 & 108 \\ \hline & 1 & -4 & -9 & 36 & 0 \end{array}$$

   $x^4-7x^3+3x^2+63x-108=(x-3)\cdot(x^3-4x^2-9x+36)$

   Denominador

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -3 & -9 & 27 \\ 3 & & 3 & 0 & -27 \\ \hline & 1 & 0 & -9 & \multicolumn{1}{|r}{0} \end{array}$$

$x^3 - 3x^2 - 9x + 27 = (x-3)\cdot(x^2-9)$

$$\lim_{x\to 3}\left(\frac{x^4 - 7x^3 + 3x^2 + 63x - 108}{x^3 - 3x^2 - 9x + 27}\right) = \lim_{x\to 3}\left(\frac{(x-3)\left(x^3 - 4x^2 - 9x + 36\right)}{(x-3)\left(x^2-9\right)}\right) =$$

$$= \lim_{x\to 3}\left(\frac{x^3 - 4x^2 - 9x + 36}{x^2 - 9}\right)$$

Si sustituimos $x = 3$ en el numerador y denominador, obtenemos que

$$\lim_{x\to 3}\left(\frac{x^3 - 4x^2 - 9x + 36}{x^2 - 9}\right) = Indt\left[\frac{0}{0}\right]$$

Numerador

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -4 & -9 & 36 \\ 3 & & 3 & -3 & -36 \\ \hline & 1 & -1 & -12 & \multicolumn{1}{|r}{0} \end{array}$$

$x^3 - 4x^2 - 9x + 36 = (x-3)\cdot(x^2 - x - 12)$

Denominador

$$\begin{array}{r|rrr} & 1 & 0 & -9 \\ 3 & & 3 & 9 \\ \hline & 1 & 3 & \multicolumn{1}{|r}{0} \end{array}$$

$x^2 - 9 = (x-3)\cdot(x+3)$

$$\lim_{x\to 3}\left(\frac{x^3 - 4x^2 - 9x + 36}{x^2 - 9}\right) = \lim_{x\to 3}\left(\frac{(x-3)\left(x^2 - x - 12\right)}{(x-3)(x+3)}\right) =$$

$$= \lim_{x\to 3}\left(\frac{x^2 - x - 12}{x+3}\right) = -1$$

3. Calcula el límite $\lim\limits_{x\to -1}\left(\dfrac{x^2 + 2x + 1}{x^3 + x^2 - x - 1}\right)$

Solución:

Si sustituimos $x =$ -1 en el numerador y denominador, obtenemos que

$$\lim_{x\to -1}\left(\frac{x^2 + 2x + 1}{x^3 + x^2 - x - 1}\right) = Indt\left[\frac{0}{0}\right]$$

Numerador

$$\begin{array}{r|rrr} & 1 & 2 & 1 \\ -1 & & -1 & -1 \\ \hline & 1 & 1 & \multicolumn{1}{|r}{0} \end{array}$$

$x^2 + 2x + 1 = (x+1)\cdot(x+1)$

Denominador

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & 1 & -1 & -1 \\ -1 & & -1 & 0 & 1 \\ \hline & 1 & 0 & -1 & \multicolumn{1}{|r}{0} \end{array}$$

Esta obra está bajo una licencia Creative Commons "Atribución-CompartirIgual 4.0 Internacional".

$x^3+x^2-x-1=(x+1)\cdot(x^2-1)$

$$\lim_{x\to -1}\left(\frac{x^2+2x+1}{x^3+x^2-x-1}\right)=\lim_{x\to -1}\left(\frac{(x+1)^2}{(x+1)(x^2-1)}\right)=$$

$$=\lim_{x\to -1}\left(\frac{x+1}{x^2-1}\right)$$

Si sustituimos $x=$ -1 en el numerador y denominador, obtenemos que

$$\lim_{x\to -1}\left(\frac{x+1}{x^2-1}\right)=Indt\left[\frac{0}{0}\right]$$

Numerador

$x+1=(x+1)\cdot(1)$

Denominador

$$\begin{array}{r|rrr} & 1 & 0 & -1 \\ -1 & & -1 & 1 \\ \hline & 1 & -1 & \boxed{0} \end{array}$$

$x^2-1=(x+1)\cdot(x-1)$

$$\lim_{x\to -1}\left(\frac{x+1}{x^2-1}\right)=\lim_{x\to -1}\left(\frac{x+1}{(x-1)(x+1)}\right)=$$

$$=\lim_{x\to -1}\frac{1}{x-1}=-\frac{1}{2}$$

4. Calcula el límite $\lim_{x\to 1}\left(\dfrac{x-1}{x^3-6x^2+11x-6}\right)$

Solución:

Si sustituimos $x=1$ en el numerador y denominador, obtenemos que

$$\lim_{x\to 1}\left(\frac{x-1}{x^3-6x^2+11x-6}\right)=Indt\left[\frac{0}{0}\right]$$

Numerador

$x-1=(x-1)\cdot(1)$

Denominador

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -6 & 11 & -6 \\ 1 & & 1 & -5 & 6 \\ \hline & 1 & -5 & 6 & \boxed{0} \end{array}$$

$x^3-6x^2+11x-6=(x-1)\cdot(x^2-5x+6)$

$$\lim_{x\to 1}\left(\frac{x-1}{x^3-6x^2+11x-6}\right)=\lim_{x\to 1}\left(\frac{x-1}{(x-1)(x^2-5x+6)}\right)=$$

$$=\lim_{x\to 1}\frac{1}{x^2-5x+6}=\frac{1}{2}$$

5. Calcula el límite $\lim_{x\to 2}\left(\dfrac{x^3-x^2-2x}{x^4-7x^3+8x^2+28x-48}\right)$

Solución:

Si sustituimos $x=2$ en el numerador y denominador, obtenemos que

$$\lim_{x\to 2}\left(\frac{x^3-x^2-2x}{x^4-7x^3+8x^2+28x-48}\right)=Indt\left[\frac{0}{0}\right]$$

Esta obra está bajo una licencia Creative Commons "Atribución-CompartirIgual 4.0 Internacional".

Numerador

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -1 & -2 & 0 \\ 2 & & 2 & 2 & 0 \\ \hline & 1 & 1 & 0 & \color{blue}{0} \end{array}$$

$x^3 - x^2 - 2x = (x-2) \cdot (x^2 + x)$

Denominador

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 1 & -7 & 8 & 28 & -48 \\ 2 & & 2 & -10 & -4 & 48 \\ \hline & 1 & -5 & -2 & 24 & \color{blue}{0} \end{array}$$

$x^4 - 7x^3 + 8x^2 + 28x - 48 = (x-2) \cdot (x^3 - 5x^2 - 2x + 24)$

$$\lim_{x\to 2} \left(\frac{x^3 - x^2 - 2x}{x^4 - 7x^3 + 8x^2 + 28x - 48} \right) = \lim_{x\to 2} \left(\frac{(x-2)\left(x^2+x\right)}{(x-2)\left(x^3 - 5x^2 - 2x + 24\right)} \right) =$$

$$= \lim_{x\to 2} \left(\frac{x^2 + x}{x^3 - 5x^2 - 2x + 24} \right) = \frac{3}{4}$$

6. Calcula el límite $\lim_{x\to 2} \left(\frac{x^2 - 4x + 4}{x^4 - 4x^3 + 16x - 16} \right)$

Solución:

Si sustituimos $x = 2$ en el numerador y denominador, obtenemos que

$$\lim_{x\to 2} \left(\frac{x^2 - 4x + 4}{x^4 - 4x^3 + 16x - 16} \right) = Indt \left[\frac{0}{0} \right]$$

Numerador

$$\begin{array}{r|rrr} & 1 & -4 & 4 \\ 2 & & 2 & -4 \\ \hline & 1 & -2 & \color{blue}{0} \end{array}$$

$x^2 - 4x + 4 = (x-2) \cdot (x-2)$

Denominador

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 1 & -4 & 0 & 16 & -16 \\ 2 & & 2 & -4 & -8 & 16 \\ \hline & 1 & -2 & -4 & 8 & \color{blue}{0} \end{array}$$

$x^4 - 4x^3 + 16x - 16 = (x-2) \cdot (x^3 - 2x^2 - 4x + 8)$

$$\lim_{x\to 2} \left(\frac{x^2 - 4x + 4}{x^4 - 4x^3 + 16x - 16} \right) = \lim_{x\to 2} \left(\frac{(x-2)^2}{(x-2)\left(x^3 - 2x^2 - 4x + 8\right)} \right) =$$

$$= \lim_{x\to 2} \left(\frac{x-2}{x^3 - 2x^2 - 4x + 8} \right)$$

Si sustituimos $x = 2$ en el numerador y denominador, obtenemos que

$$\lim_{x\to 2} \left(\frac{x-2}{x^3 - 2x^2 - 4x + 8} \right) = Indt \left[\frac{0}{0} \right]$$

Numerador

$x - 2 = (x-2) \cdot (1)$

Denominador

Esta obra está bajo una licencia Creative Commons "Atribución-CompartirIgual 4.0 Internacional".

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -2 & -4 & 8 \\ 2 & & 2 & 0 & -8 \\ \hline & 1 & 0 & -4 & \color{blue}{0} \end{array}$$

$x^3 - 2x^2 - 4x + 8 = (x-2) \cdot (x^2 - 4)$

$$\lim_{x \to 2} \left(\frac{x-2}{x^3 - 2x^2 - 4x + 8} \right) = \lim_{x \to 2} \left(\frac{x-2}{(x-2)(x^2-4)} \right) =$$

$$= \lim_{x \to 2} \frac{1}{x^2 - 4} = \tilde{\infty}$$

Obtengamos los límites laterales:

$$\lim_{x \to 2^-} \frac{1}{x^2-4} = -\infty$$

$$\lim_{x \to 2^+} \frac{1}{x^2-4} = \infty$$

7. Calcula el límite $\lim_{x \to -2} \left(\frac{x^4 + 9x^3 + 30x^2 + 44x + 24}{x^3 - 7x - 6} \right)$

Solución:

Si sustituimos x = -2 en el numerador y denominador, obtenemos que

$$\lim_{x \to -2} \left(\frac{x^4 + 9x^3 + 30x^2 + 44x + 24}{x^3 - 7x - 6} \right) = Indt \left[\frac{0}{0} \right]$$

Numerador

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 1 & 9 & 30 & 44 & 24 \\ -2 & & -2 & -14 & -32 & -24 \\ \hline & 1 & 7 & 16 & 12 & \color{blue}{0} \end{array}$$

$x^4 + 9x^3 + 30x^2 + 44x + 24 = (x+2) \cdot (x^3 + 7x^2 + 16x + 12)$

Denominador

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & 0 & -7 & -6 \\ -2 & & -2 & 4 & 6 \\ \hline & 1 & -2 & -3 & \color{blue}{0} \end{array}$$

$x^3 - 7x - 6 = (x+2) \cdot (x^2 - 2x - 3)$

$$\lim_{x \to -2} \left(\frac{x^4 + 9x^3 + 30x^2 + 44x + 24}{x^3 - 7x - 6} \right) = \lim_{x \to -2} \left(\frac{(x+2)\left(x^3 + 7x^2 + 16x + 12\right)}{(x+2)(x^2 - 2x - 3)} \right) =$$

$$= \lim_{x \to -2} \left(\frac{x^3 + 7x^2 + 16x + 12}{x^2 - 2x - 3} \right) = 0$$

8. Calcula el límite $\lim_{x \to 2} \left(\frac{x^2 - 4x + 4}{x^3 - 7x^2 + 16x - 12} \right)$

Solución:

Si sustituimos $x = 2$ en el numerador y denominador, obtenemos que

$$\lim_{x \to 2} \left(\frac{x^2 - 4x + 4}{x^3 - 7x^2 + 16x - 12} \right) = Indt \left[\frac{0}{0} \right]$$

Numerador

Esta obra está bajo una licencia Creative Commons “Atribución-CompartirIgual 4.0 Internacional”.

$$\begin{array}{r|rrr} & 1 & -4 & 4 \\ 2 & & 2 & -4 \\ \hline & 1 & -2 & \color{blue}{0} \end{array}$$

$x^2 - 4x + 4 = (x-2) \cdot (x-2)$

Denominador

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -7 & 16 & -12 \\ 2 & & 2 & -10 & 12 \\ \hline & 1 & -5 & 6 & \color{blue}{0} \end{array}$$

$x^3 - 7x^2 + 16x - 12 = (x-2) \cdot (x^2 - 5x + 6)$

$$\lim_{x\to 2} \left(\frac{x^2-4x+4}{x^3-7x^2+16x-12} \right) = \lim_{x\to 2} \left(\frac{(x-2)^2}{(x-2)\,(x^2-5x+6)} \right) =$$

$$= \lim_{x\to 2} \left(\frac{x-2}{x^2-5x+6} \right)$$

Si sustituimos $x = 2$ en el numerador y denominador, obtenemos que

$$\lim_{x\to 2} \left(\frac{x-2}{x^2-5x+6} \right) = Indt \left[\frac{0}{0} \right]$$

Numerador

$x - 2 = (x-2) \cdot (1)$

Denominador

$$\begin{array}{r|rrr} & 1 & -5 & 6 \\ 2 & & 2 & -6 \\ \hline & 1 & -3 & \color{blue}{0} \end{array}$$

$x^2 - 5x + 6 = (x-2) \cdot (x-3)$

$$\lim_{x\to 2} \left(\frac{x-2}{x^2-5x+6} \right) = \lim_{x\to 2} \left(\frac{x-2}{(x-3)\,(x-2)} \right) =$$

$$= \lim_{x\to 2} \frac{1}{x-3} = -1$$

9. Calcula el límite $\lim_{x\to -3} \left(\frac{x^4+8x^3+18x^2-27}{x^2+6x+9} \right)$

Solución:

Si sustituimos x = -3 en el numerador y denominador, obtenemos que

$$\lim_{x\to -3} \left(\frac{x^4+8x^3+18x^2-27}{x^2+6x+9} \right) = Indt \left[\frac{0}{0} \right]$$

Numerador

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 1 & 8 & 18 & 0 & -27 \\ -3 & & -3 & -15 & -9 & 27 \\ \hline & 1 & 5 & 3 & -9 & \color{blue}{0} \end{array}$$

$x^4 + 8x^3 + 18x^2 - 27 = (x+3) \cdot (x^3 + 5x^2 + 3x - 9)$

Denominador

$$\begin{array}{r|rrr} & 1 & 6 & 9 \\ -3 & & -3 & -9 \\ \hline & 1 & 3 & \color{blue}{0} \end{array}$$

Esta obra está bajo una licencia Creative Commons “Atribución-CompartirIgual 4.0 Internacional”.

$x^2+6x+9=(x+3)\cdot(x+3)$

$$\lim_{x\to -3}\left(\frac{x^4+8x^3+18x^2-27}{x^2+6x+9}\right)=\lim_{x\to -3}\left(\frac{(x+3)\left(x^3+5x^2+3x-9\right)}{(x+3)^2}\right)=$$

$$=\lim_{x\to -3}\left(\frac{x^3+5x^2+3x-9}{x+3}\right)$$

Si sustituimos $x=$ -3 en el numerador y denominador, obtenemos que

$$\lim_{x\to -3}\left(\frac{x^3+5x^2+3x-9}{x+3}\right)=Indt\left[\frac{0}{0}\right]$$

Numerador

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & 5 & 3 & -9 \\ -3 & & -3 & -6 & 9 \\ \hline & 1 & 2 & -3 & \boxed{0} \end{array}$$

$x^3+5x^2+3x-9=(x+3)\cdot(x^2+2x-3)$

Denominador

$x+3=(x+3)\cdot(1)$

$$\lim_{x\to -3}\left(\frac{x^3+5x^2+3x-9}{x+3}\right)=\lim_{x\to -3}\left(\frac{(x+3)\left(x^2+2x-3\right)}{x+3}\right)=$$

$$=\lim_{x\to -3}\left(x^2+2x-3\right)=0$$

10. Calcula el límite $\lim_{x\to 2}\left(\frac{x^3-6x^2+8x}{x^2-x-2}\right)$

Solución:

Si sustituimos $x=2$ en el numerador y denominador, obtenemos que

$$\lim_{x\to 2}\left(\frac{x^3-6x^2+8x}{x^2-x-2}\right)=Indt\left[\frac{0}{0}\right]$$

Numerador

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -6 & 8 & 0 \\ 2 & & 2 & -8 & 0 \\ \hline & 1 & -4 & 0 & \boxed{0} \end{array}$$

$x^3-6x^2+8x=(x-2)\cdot(x^2-4x)$

Denominador

$$\begin{array}{r|rrr} & 1 & -1 & -2 \\ 2 & & 2 & 2 \\ \hline & 1 & 1 & \boxed{0} \end{array}$$

$x^2-x-2=(x-2)\cdot(x+1)$

$$\lim_{x\to 2}\left(\frac{x^3-6x^2+8x}{x^2-x-2}\right)=\lim_{x\to 2}\left(\frac{(x-2)\left(x^2-4x\right)}{(x-2)(x+1)}\right)=$$

$$=\lim_{x\to 2}\left(\frac{x^2-4x}{x+1}\right)=-\frac{4}{3}$$

11. Calcula el límite $\lim_{x\to -1}\left(\frac{x^3-3x-2}{x^3-5x^2+2x+8}\right)$

Esta obra está bajo una licencia Creative Commons "Atribución-CompartirIgual 4.0 Internacional".

Solución:

Si sustituimos x = -1 en el numerador y denominador, obtenemos que

$\lim\limits_{x\to -1}\left(\dfrac{x^3-3x-2}{x^3-5x^2+2x+8}\right) = Indt\left[\dfrac{0}{0}\right]$

Numerador

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & 0 & -3 & -2 \\ -1 & & -1 & 1 & 2 \\ \hline & 1 & -1 & -2 & \boxed{0} \end{array}$$

$x^3-3x-2=(x+1)\cdot(x^2-x-2)$

Denominador

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -5 & 2 & 8 \\ -1 & & -1 & 6 & -8 \\ \hline & 1 & -6 & 8 & \boxed{0} \end{array}$$

$x^3-5x^2+2x+8=(x+1)\cdot(x^2-6x+8)$

$\lim\limits_{x\to -1}\left(\dfrac{x^3-3x-2}{x^3-5x^2+2x+8}\right)=\lim\limits_{x\to -1}\left(\dfrac{(x+1)\left(x^2-x-2\right)}{(x+1)\left(x^2-6x+8\right)}\right)=$

$=\lim\limits_{x\to -1}\left(\dfrac{x^2-x-2}{x^2-6x+8}\right)=0$

12. Calcula el límite $\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{x^2+x-2}{x^2-3x+2}\right)$

Solución:

Si sustituimos $x=1$ en el numerador y denominador, obtenemos que

$\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{x^2+x-2}{x^2-3x+2}\right)=Indt\left[\dfrac{0}{0}\right]$

Numerador

$$\begin{array}{r|rrr} & 1 & 1 & -2 \\ 1 & & 1 & 2 \\ \hline & 1 & 2 & \boxed{0} \end{array}$$

$x^2+x-2=(x-1)\cdot(x+2)$

Denominador

$$\begin{array}{r|rrr} & 1 & -3 & 2 \\ 1 & & 1 & -2 \\ \hline & 1 & -2 & \boxed{0} \end{array}$$

$x^2-3x+2=(x-1)\cdot(x-2)$

$\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{x^2+x-2}{x^2-3x+2}\right)=\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{(x-1)\,(x+2)}{(x-2)\,(x-1)}\right)=$

$=\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{x+2}{x-2}\right)=-3$

13. Calcula el límite $\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{x^2+x-2}{x^3+3x^2-x-3}\right)$

Esta obra está bajo una licencia Creative Commons
"Atribución-CompartirIgual 4.0 Internacional".

Solución:

Si sustituimos $x = 1$ en el numerador y denominador, obtenemos que

$\lim\limits_{x\to 1} \left(\dfrac{x^2+x-2}{x^3+3x^2-x-3} \right) = Indt \left[\dfrac{0}{0} \right]$

Numerador

$$\begin{array}{c|ccc} & 1 & 1 & -2 \\ 1 & & 1 & 2 \\ \hline & 1 & 2 & \color{blue}{0} \end{array}$$

$x^2+x-2 = (x-1)\cdot(x+2)$

Denominador

$$\begin{array}{c|cccc} & 1 & 3 & -1 & -3 \\ 1 & & 1 & 4 & 3 \\ \hline & 1 & 4 & 3 & \color{blue}{0} \end{array}$$

$x^3+3x^2-x-3 = (x-1)\cdot(x^2+4x+3)$

$\lim\limits_{x\to 1} \left(\dfrac{x^2+x-2}{x^3+3x^2-x-3} \right) = \lim\limits_{x\to 1} \left(\dfrac{(x-1)\,(x+2)}{(x-1)\,(x^2+4x+3)} \right) =$

$= \lim\limits_{x\to 1} \left(\dfrac{x+2}{x^2+4x+3} \right) = \dfrac{3}{8}$

14. Calcula el límite $\lim\limits_{x\to -2} \left(\dfrac{x+2}{x^2+4x+4} \right)$

Solución:

Si sustituimos $x =$ -2 en el numerador y denominador, obtenemos que

$\lim\limits_{x\to -2} \left(\dfrac{x+2}{x^2+4x+4} \right) = Indt \left[\dfrac{0}{0} \right]$

Numerador

$x+2 = (x+2)\cdot(1)$

Denominador

$$\begin{array}{c|ccc} & 1 & 4 & 4 \\ -2 & & -2 & -4 \\ \hline & 1 & 2 & \color{blue}{0} \end{array}$$

$x^2+4x+4 = (x+2)\cdot(x+2)$

$\lim\limits_{x\to -2} \left(\dfrac{x+2}{x^2+4x+4} \right) = \lim\limits_{x\to -2} \left(\dfrac{x+2}{(x+2)^2} \right) =$

$= \lim\limits_{x\to -2} \dfrac{1}{x+2} = \tilde{\infty}$

Obtengamos los límites laterales:

$\lim\limits_{x\to -2^-} \dfrac{1}{x+2} = -\infty$

$\lim\limits_{x\to -2^+} \dfrac{1}{x+2} = \infty$

15. Calcula el límite $\lim\limits_{x\to -3} \left(\dfrac{x^2+6x+9}{x^4+9x^3+27x^2+27x} \right)$

Esta obra está bajo una licencia Creative Commons “Atribución-CompartirIgual 4.0 Internacional”.

Solución:

Si sustituimos x = -3 en el numerador y denominador, obtenemos que

$$\lim_{x\to -3}\left(\frac{x^2+6x+9}{x^4+9x^3+27x^2+27x}\right)=Indt\left[\frac{0}{0}\right]$$

Numerador

$$\begin{array}{r|rrr} & 1 & 6 & 9 \\ -3 & & -3 & -9 \\ \hline & 1 & 3 & \boxed{0} \end{array}$$

$x^2+6x+9=(x+3)\cdot(x+3)$

Denominador

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 1 & 9 & 27 & 27 & 0 \\ -3 & & -3 & -18 & -27 & 0 \\ \hline & 1 & 6 & 9 & 0 & \boxed{0} \end{array}$$

$x^4+9x^3+27x^2+27x=(x+3)\cdot(x^3+6x^2+9x)$

$$\lim_{x\to -3}\left(\frac{x^2+6x+9}{x^4+9x^3+27x^2+27x}\right)=\lim_{x\to -3}\left(\frac{(x+3)^2}{(x+3)\,(x^3+6x^2+9x)}\right)=$$

$$=\lim_{x\to -3}\left(\frac{x+3}{x^3+6x^2+9x}\right)$$

Si sustituimos x = -3 en el numerador y denominador, obtenemos que

$$\lim_{x\to -3}\left(\frac{x+3}{x^3+6x^2+9x}\right)=Indt\left[\frac{0}{0}\right]$$

Numerador

$x+3=(x+3)\cdot(1)$

Denominador

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & 6 & 9 & 0 \\ -3 & & -3 & -9 & 0 \\ \hline & 1 & 3 & 0 & \boxed{0} \end{array}$$

$x^3+6x^2+9x=(x+3)\cdot(x^2+3x)$

$$\lim_{x\to -3}\left(\frac{x+3}{x^3+6x^2+9x}\right)=\lim_{x\to -3}\left(\frac{x+3}{(x+3)\,(x^2+3x)}\right)=$$

$$=\lim_{x\to -3}\frac{1}{x^2+3x}=\tilde{\infty}$$

Obtengamos los límites laterales:

$$\lim_{x\to -3^-}\frac{1}{x^2+3x}=\infty$$

$$\lim_{x\to -3^+}\frac{1}{x^2+3x}=-\infty$$

16. Calcula el límite $\lim_{x\to -3}\left(\frac{x^4+2x^3-13x^2-38x-24}{x^2+5x+6}\right)$

Solución:

Esta obra está bajo una licencia Creative Commons
“Atribución-CompartirIgual 4.0 Internacional”.

Si sustituimos $x =$ -3 en el numerador y denominador, obtenemos que

$$\lim_{x\to -3}\left(\frac{x^4+2x^3-13x^2-38x-24}{x^2+5x+6}\right) = Indt\left[\frac{0}{0}\right]$$

Numerador

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 1 & 2 & -13 & -38 & -24 \\ -3 & & -3 & 3 & 30 & 24 \\ \hline & 1 & -1 & -10 & -8 & \color{blue}{0} \end{array}$$

$x^4+2x^3-13x^2-38x-24 = (x+3)\cdot(x^3-x^2-10x-8)$

Denominador

$$\begin{array}{r|rrr} & 1 & 5 & 6 \\ -3 & & -3 & -6 \\ \hline & 1 & 2 & \color{blue}{0} \end{array}$$

$x^2+5x+6 = (x+3)\cdot(x+2)$

$$\lim_{x\to -3}\left(\frac{x^4+2x^3-13x^2-38x-24}{x^2+5x+6}\right) = \lim_{x\to -3}\left(\frac{(x+3)\left(x^3-x^2-10x-8\right)}{(x+2)\,(x+3)}\right) =$$

$$= \lim_{x\to -3}\left(\frac{x^3-x^2-10x-8}{x+2}\right) = 14$$

17. Calcula el límite $\lim_{x\to 4}\left(\frac{x^3-x^2-10x-8}{x-4}\right)$

Solución:

Si sustituimos $x = 4$ en el numerador y denominador, obtenemos que

$$\lim_{x\to 4}\left(\frac{x^3-x^2-10x-8}{x-4}\right) = Indt\left[\frac{0}{0}\right]$$

Numerador

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -1 & -10 & -8 \\ 4 & & 4 & 12 & 8 \\ \hline & 1 & 3 & 2 & \color{blue}{0} \end{array}$$

$x^3-x^2-10x-8 = (x-4)\cdot(x^2+3x+2)$

Denominador

$x-4 = (x-4)\cdot(1)$

$$\lim_{x\to 4}\left(\frac{x^3-x^2-10x-8}{x-4}\right) = \lim_{x\to 4}\left(\frac{(x-4)\left(x^2+3x+2\right)}{x-4}\right) =$$

$$= \lim_{x\to 4}\left(x^2+3x+2\right) = 30$$

18. Calcula el límite $\lim_{x\to 1}\left(\frac{x^2-5x+4}{x^2-3x+2}\right)$

Solución:

Si sustituimos $x = 1$ en el numerador y denominador, obtenemos que

$$\lim_{x\to 1}\left(\frac{x^2-5x+4}{x^2-3x+2}\right) = Indt\left[\frac{0}{0}\right]$$

Numerador

Esta obra está bajo una licencia Creative Commons "Atribución-CompartirIgual 4.0 Internacional".

$$\begin{array}{r|rrr} & 1 & -5 & 4 \\ 1 & & 1 & -4 \\ \hline & 1 & -4 & \boxed{0} \end{array}$$

$x^2 - 5x + 4 = (x-1)\cdot(x-4)$

Denominador

$$\begin{array}{r|rrr} & 1 & -3 & 2 \\ 1 & & 1 & -2 \\ \hline & 1 & -2 & \boxed{0} \end{array}$$

$x^2 - 3x + 2 = (x-1)\cdot(x-2)$

$$\lim_{x\to 1}\left(\frac{x^2-5x+4}{x^2-3x+2}\right) = \lim_{x\to 1}\left(\frac{(x-4)\,(x-1)}{(x-2)\,(x-1)}\right) =$$

$$= \lim_{x\to 1}\left(\frac{x-4}{x-2}\right) = 3$$

19. Calcula el límite $\lim_{x\to -3}\left(\frac{x^3+x^2-6x}{x^4+3x^3-7x^2-15x+18}\right)$

Solución:

Si sustituimos x = -3 en el numerador y denominador, obtenemos que

$$\lim_{x\to -3}\left(\frac{x^3+x^2-6x}{x^4+3x^3-7x^2-15x+18}\right) = Indt\left[\frac{0}{0}\right]$$

Numerador

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & 1 & -6 & 0 \\ -3 & & -3 & 6 & 0 \\ \hline & 1 & -2 & 0 & \boxed{0} \end{array}$$

$x^3 + x^2 - 6x = (x+3)\cdot(x^2-2x)$

Denominador

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 1 & 3 & -7 & -15 & 18 \\ -3 & & -3 & 0 & 21 & -18 \\ \hline & 1 & 0 & -7 & 6 & \boxed{0} \end{array}$$

$x^4 + 3x^3 - 7x^2 - 15x + 18 = (x+3)\cdot(x^3-7x+6)$

$$\lim_{x\to -3}\left(\frac{x^3+x^2-6x}{x^4+3x^3-7x^2-15x+18}\right) = \lim_{x\to -3}\left(\frac{(x+3)\,(x^2-2x)}{(x+3)\,(x^3-7x+6)}\right) =$$

$$= \lim_{x\to -3}\left(\frac{x^2-2x}{x^3-7x+6}\right) = \tilde{\infty}$$

Obtengamos los límites laterales:

$$\lim_{x\to -3^-}\left(\frac{x^2-2x}{x^3-7x+6}\right) = -\infty$$

$$\lim_{x\to -3^+}\left(\frac{x^2-2x}{x^3-7x+6}\right) = \infty$$

20. Calcula el límite $\lim_{x\to 3}\left(\frac{x^3-2x^2-3x}{x-3}\right)$

Solución:

Esta obra está bajo una licencia Creative Commons
“Atribución-CompartirIgual 4.0 Internacional”.

Si sustituimos $x = 3$ en el numerador y denominador, obtenemos que

$$\lim_{x\to 3}\left(\frac{x^3-2x^2-3x}{x-3}\right) = Indt\left[\frac{0}{0}\right]$$

Numerador

$$\begin{array}{c|cccc} & 1 & -2 & -3 & 0 \\ 3 & & 3 & 3 & 0 \\ \hline & 1 & 1 & 0 & \boxed{0} \end{array}$$

$x^3-2x^2-3x = (x-3)\cdot(x^2+x)$

Denominador

$x-3 = (x-3)\cdot(1)$

$$\lim_{x\to 3}\left(\frac{x^3-2x^2-3x}{x-3}\right) = \lim_{x\to 3}\left(\frac{(x-3)\left(x^2+x\right)}{x-3}\right) =$$

$$= \lim_{x\to 3}\left(x^2+x\right) = 12$$

21. Calcula el límite $\lim_{x\to 0}\left(\frac{x^4-8x^3+19x^2-12x}{x^3-2x^2-8x}\right)$

Solución:

Si sustituimos $x = 0$ en el numerador y denominador, obtenemos que

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{x^4-8x^3+19x^2-12x}{x^3-2x^2-8x}\right) = Indt\left[\frac{0}{0}\right]$$

Numerador

$x^4-8x^3+19x^2-12x = (x)\cdot(x^3-8x^2+19x-12)$

Denominador

$x^3-2x^2-8x = (x)\cdot(x^2-2x-8)$

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{x^4-8x^3+19x^2-12x}{x^3-2x^2-8x}\right) = \lim_{x\to 0}\left(\frac{x\left(x^3-8x^2+19x-12\right)}{x\left(x^2-2x-8\right)}\right) =$$

$$= \lim_{x\to 0}\left(\frac{x^3-8x^2+19x-12}{x^2-2x-8}\right) = \frac{3}{2}$$

22. Calcula el límite $\lim_{x\to 1}\left(\frac{x^2-4x+3}{x^2-x}\right)$

Solución:

Si sustituimos $x = 1$ en el numerador y denominador, obtenemos que

$$\lim_{x\to 1}\left(\frac{x^2-4x+3}{x^2-x}\right) = Indt\left[\frac{0}{0}\right]$$

Numerador

$$\begin{array}{c|ccc} & 1 & -4 & 3 \\ 1 & & 1 & -3 \\ \hline & 1 & -3 & \boxed{0} \end{array}$$

$x^2-4x+3 = (x-1)\cdot(x-3)$

Denominador

Esta obra está bajo una licencia Creative Commons
"Atribución-CompartirIgual 4.0 Internacional".

$$\begin{array}{c|ccc} & 1 & -1 & 0 \\ 1 & & 1 & 0 \\ \hline & 1 & 0 & \color{blue}{0} \end{array}$$

$x^2 - x = (x-1) \cdot (x)$

$\lim\limits_{x \to 1} \left(\dfrac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - x} \right) = \lim\limits_{x \to 1} \left(\dfrac{(x-3)(x-1)}{x(x-1)} \right) =$

$= \lim\limits_{x \to 1} \left(\dfrac{x-3}{x} \right) = -2$

23. Calcula el límite $\lim\limits_{x \to 4} \left(\dfrac{x^2 - x - 12}{x^2 - 8x + 16} \right)$

Solución:

Si sustituimos $x =$ 4 en el numerador y denominador, obtenemos que

$\lim\limits_{x \to 4} \left(\dfrac{x^2 - x - 12}{x^2 - 8x + 16} \right) = Indt \left[\dfrac{0}{0} \right]$

Numerador

$$\begin{array}{c|ccc} & 1 & -1 & -12 \\ 4 & & 4 & 12 \\ \hline & 1 & 3 & \color{blue}{0} \end{array}$$

$x^2 - x - 12 = (x-4) \cdot (x+3)$

Denominador

$$\begin{array}{c|ccc} & 1 & -8 & 16 \\ 4 & & 4 & -16 \\ \hline & 1 & -4 & \color{blue}{0} \end{array}$$

$x^2 - 8x + 16 = (x-4) \cdot (x-4)$

$\lim\limits_{x \to 4} \left(\dfrac{x^2 - x - 12}{x^2 - 8x + 16} \right) = \lim\limits_{x \to 4} \left(\dfrac{(x-4)(x+3)}{(x-4)^2} \right) =$

$= \lim\limits_{x \to 4} \left(\dfrac{x+3}{x-4} \right) = \tilde{\infty}$

Obtengamos los límites laterales:

$\lim\limits_{x \to 4^-} \left(\dfrac{x+3}{x-4} \right) = -\infty$

$\lim\limits_{x \to 4^+} \left(\dfrac{x+3}{x-4} \right) = \infty$

24. Calcula el límite $\lim\limits_{x \to -3} \left(\dfrac{x^2 + 6x + 9}{x^3 + 2x^2 - 15x - 36} \right)$

Solución:

Si sustituimos $x =$ -3 en el numerador y denominador, obtenemos que

$\lim\limits_{x \to -3} \left(\dfrac{x^2 + 6x + 9}{x^3 + 2x^2 - 15x - 36} \right) = Indt \left[\dfrac{0}{0} \right]$

Numerador

Esta obra está bajo una licencia Creative Commons "Atribución-CompartirIgual 4.0 Internacional".

$$\begin{array}{r|rrr} & 1 & 6 & 9 \\ -3 & & -3 & -9 \\ \hline & 1 & 3 & \boxed{0} \end{array}$$

$x^2 + 6x + 9 = (x + 3) \cdot (x + 3)$

Denominador

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & 2 & -15 & -36 \\ -3 & & -3 & 3 & 36 \\ \hline & 1 & -1 & -12 & \boxed{0} \end{array}$$

$x^3 + 2x^2 - 15x - 36 = (x + 3) \cdot (x^2 - x - 12)$

$$\lim_{x\to -3} \left(\frac{x^2 + 6x + 9}{x^3 + 2x^2 - 15x - 36}\right) = \lim_{x\to -3} \left(\frac{(x+3)^2}{(x+3)\,(x^2 - x - 12)}\right) =$$

$$= \lim_{x\to -3} \left(\frac{x+3}{x^2 - x - 12}\right)$$

Si sustituimos $x =$ -3 en el numerador y denominador, obtenemos que

$$\lim_{x\to -3} \left(\frac{x+3}{x^2 - x - 12}\right) = Indt \left[\frac{0}{0}\right]$$

Numerador

$x + 3 = (x + 3) \cdot (1)$

Denominador

$$\begin{array}{r|rrr} & 1 & -1 & -12 \\ -3 & & -3 & 12 \\ \hline & 1 & -4 & \boxed{0} \end{array}$$

$x^2 - x - 12 = (x + 3) \cdot (x - 4)$

$$\lim_{x\to -3} \left(\frac{x+3}{x^2 - x - 12}\right) = \lim_{x\to -3} \left(\frac{x+3}{(x-4)\,(x+3)}\right) =$$

$$= \lim_{x\to -3} \frac{1}{x-4} = -\frac{1}{7}$$

25. Calcula el límite $\lim_{x\to -1} \left(\frac{x^4 + 6x^3 + 12x^2 + 10x + 3}{x^2 + 2x + 1}\right)$

Solución:

Si sustituimos $x =$ -1 en el numerador y denominador, obtenemos que

$$\lim_{x\to -1} \left(\frac{x^4 + 6x^3 + 12x^2 + 10x + 3}{x^2 + 2x + 1}\right) = Indt \left[\frac{0}{0}\right]$$

Numerador

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 1 & 6 & 12 & 10 & 3 \\ -1 & & -1 & -5 & -7 & -3 \\ \hline & 1 & 5 & 7 & 3 & \boxed{0} \end{array}$$

$x^4 + 6x^3 + 12x^2 + 10x + 3 = (x + 1) \cdot (x^3 + 5x^2 + 7x + 3)$

Denominador

$$\begin{array}{r|rrr} & 1 & 2 & 1 \\ -1 & & -1 & -1 \\ \hline & 1 & 1 & \boxed{0} \end{array}$$

Esta obra está bajo una licencia Creative Commons "Atribución-CompartirIgual 4.0 Internacional".

$x^2 + 2x + 1 = (x+1) \cdot (x+1)$

$$\lim_{x \to -1} \left(\frac{x^4 + 6x^3 + 12x^2 + 10x + 3}{x^2 + 2x + 1} \right) = \lim_{x \to -1} \left(\frac{(x+1)\left(x^3 + 5x^2 + 7x + 3\right)}{(x+1)^2} \right) =$$

$$= \lim_{x \to -1} \left(\frac{x^3 + 5x^2 + 7x + 3}{x+1} \right)$$

Si sustituimos $x =$ -1 en el numerador y denominador, obtenemos que

$$\lim_{x \to -1} \left(\frac{x^3 + 5x^2 + 7x + 3}{x+1} \right) = Indt \left[\frac{0}{0} \right]$$

Numerador

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & 5 & 7 & 3 \\ -1 & & -1 & -4 & -3 \\ \hline & 1 & 4 & 3 & \boxed{0} \end{array}$$

$x^3 + 5x^2 + 7x + 3 = (x+1) \cdot (x^2 + 4x + 3)$

Denominador

$x + 1 = (x+1) \cdot (1)$

$$\lim_{x \to -1} \left(\frac{x^3 + 5x^2 + 7x + 3}{x+1} \right) = \lim_{x \to -1} \left(\frac{(x+1)\left(x^2 + 4x + 3\right)}{x+1} \right) =$$

$$= \lim_{x \to -1} \left(x^2 + 4x + 3\right) = 0$$

Esta obra está bajo una licencia Creative Commons "Atribución-CompartirIgual 4.0 Internacional".