

Ejercicios sobre el método de Gauss en la resolución de sistemas de ecuaciones

1. Resuelve y clasifica el sistema de ecuaciones por el método de Gauss:

$$\begin{cases} x_1 = -3 \\ -3x_1 + x_2 = 2 \end{cases}$$

Solución:

Escribamos la matriz ampliada, si podemos la simplificamos:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 \\ -3 & 1 & 2 \end{pmatrix} \left\{ \begin{array}{l} F_1 \Leftrightarrow F_1 \\ F_2 \Leftrightarrow 3F_1 + F_2 \end{array} \right\} \mapsto \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & -7 \end{pmatrix}$$

Resolviendo el sistema escalonado $\begin{cases} x_1 = -3 \\ x_2 = -7 \end{cases}$ se obtienen de soluciones:

$$x_1 : -3, x_2 : -7$$

Tipo de sistema: Sistema compatible y determinado

2. Resuelve y clasifica el sistema de ecuaciones por el método de Gauss:

$$\begin{cases} -4x_1 + 3x_2 - 3x_3 = 2 \\ -x_1 + 3x_2 + x_3 = 2 \\ -x_1 - 2x_2 - 3x_3 = 4 \end{cases}$$

Solución:

Escribamos la matriz ampliada, si podemos la simplificamos:

$$\begin{pmatrix} -4 & 3 & -3 & 2 \\ -1 & 3 & 1 & 2 \\ -1 & -2 & -3 & 4 \end{pmatrix} \left\{ \begin{array}{l} F_1 \Leftrightarrow F_2 \\ F_2 \Leftrightarrow F_1 \\ F_3 \Leftrightarrow F_3 \end{array} \right\} \mapsto \begin{pmatrix} -1 & 3 & 1 & 2 \\ -4 & 3 & -3 & 2 \\ -1 & -2 & -3 & 4 \end{pmatrix} \left\{ \begin{array}{l} F_1 \Leftrightarrow -F_1 \\ F_2 \Leftrightarrow F_2 \\ F_3 \Leftrightarrow F_3 \end{array} \right\} \mapsto \begin{pmatrix} 1 & -3 & -1 & -2 \\ -4 & 3 & -3 & 2 \\ -1 & -2 & -3 & 4 \end{pmatrix} \left\{ \begin{array}{l} F_1 \Leftrightarrow F_1 \\ F_2 \Leftrightarrow 4F_1 + F_2 \\ F_3 \Leftrightarrow F_1 + F_3 \end{array} \right\} \mapsto \begin{pmatrix} 1 & -3 & -1 & -2 \\ 0 & -9 & -7 & -6 \\ 0 & -5 & -4 & 2 \end{pmatrix} \left\{ \begin{array}{l} F_1 \Leftrightarrow F_1 \\ F_2 \Leftrightarrow F_3 \\ F_3 \Leftrightarrow F_2 \end{array} \right\} \mapsto$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & -1 & -2 \\ 0 & -5 & -4 & 2 \\ 0 & -9 & -7 & -6 \end{pmatrix} \left\{ \begin{array}{l} F_1 \Leftrightarrow F_1 \\ F_2 \Leftrightarrow 2F_2 - F_3 \\ F_3 \Leftrightarrow F_3 \end{array} \right\} \mapsto \\
\begin{pmatrix} 1 & -3 & -1 & -2 \\ 0 & -1 & -1 & 10 \\ 0 & -9 & -7 & -6 \end{pmatrix} \left\{ \begin{array}{l} F_1 \Leftrightarrow F_1 \\ F_2 \Leftrightarrow F_2 \\ F_3 \Leftrightarrow -9F_2 + F_3 \end{array} \right\} \mapsto \\
\begin{pmatrix} 1 & -3 & -1 & -2 \\ 0 & -1 & -1 & 10 \\ 0 & 0 & 2 & -96 \end{pmatrix} \left\{ \begin{array}{l} F_1 \Leftrightarrow F_1 \\ F_2 \Leftrightarrow F_2 \\ F_3 \Leftrightarrow \frac{F_3}{2} \end{array} \right\} \mapsto \\
\begin{pmatrix} 1 & -3 & -1 & -2 \\ 0 & -1 & -1 & 10 \\ 0 & 0 & 1 & -48 \end{pmatrix}$$

Resolviendo el sistema escalonado $\begin{cases} x_1 - 3x_2 - x_3 = -2 \\ -x_2 - x_3 = 10 \\ x_3 = -48 \end{cases}$ se obtienen de soluciones:

$$x_1 : 64, x_2 : 38, x_3 : -48$$

Tipo de sistema: Sistema compatible y determinado

3. Resuelve y clasifica el sistema de ecuaciones por el método de Gauss:

$$\begin{cases} -4x_1 - 4x_2 + 3x_3 = -2 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 = -2 \\ -x_1 - 2x_2 = 5 \end{cases}$$

Solución:

Escribamos la matriz ampliada, si podemos la simplificamos:

$$\begin{pmatrix} -4 & -4 & 3 & -2 \\ 2 & 3 & -1 & -2 \\ -1 & -2 & 0 & 5 \end{pmatrix} \left\{ \begin{array}{l} F_1 \Leftrightarrow F_3 \\ F_2 \Leftrightarrow F_2 \\ F_3 \Leftrightarrow F_1 \end{array} \right\} \mapsto \\
\begin{pmatrix} -1 & -2 & 0 & 5 \\ 2 & 3 & -1 & -2 \\ -4 & -4 & 3 & -2 \end{pmatrix} \left\{ \begin{array}{l} F_1 \Leftrightarrow -F_1 \\ F_2 \Leftrightarrow F_2 \\ F_3 \Leftrightarrow F_3 \end{array} \right\} \mapsto \\
\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & -5 \\ 2 & 3 & -1 & -2 \\ -4 & -4 & 3 & -2 \end{pmatrix} \left\{ \begin{array}{l} F_1 \Leftrightarrow F_1 \\ F_2 \Leftrightarrow -2F_1 + F_2 \\ F_3 \Leftrightarrow 4F_1 + F_3 \end{array} \right\} \mapsto \\
\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & -5 \\ 0 & -1 & -1 & 8 \\ 0 & 4 & 3 & -22 \end{pmatrix} \left\{ \begin{array}{l} F_1 \Leftrightarrow F_1 \\ F_2 \Leftrightarrow -F_2 \\ F_3 \Leftrightarrow F_3 \end{array} \right\} \mapsto \\
\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & -5 \\ 0 & 1 & 1 & -8 \\ 0 & 4 & 3 & -22 \end{pmatrix} \left\{ \begin{array}{l} F_1 \Leftrightarrow F_1 \\ F_2 \Leftrightarrow F_2 \\ F_3 \Leftrightarrow -4F_2 + F_3 \end{array} \right\} \mapsto \\
\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & -5 \\ 0 & 1 & 1 & -8 \\ 0 & 0 & -1 & 10 \end{pmatrix}$$

Resolviendo el sistema escalonado $\begin{cases} x_1 + 2x_2 = -5 \\ x_2 + x_3 = -8 \\ -x_3 = 10 \end{cases}$ se obtienen de soluciones:

$$x_1 : -9, x_2 : 2, x_3 : -10$$

Tipo de sistema: Sistema compatible y determinado

4. Resuelve y clasifica el sistema de ecuaciones por el método de Gauss:

$$\begin{cases} 3x_1 - 3x_2 + 3x_3 = -2 \\ -3x_1 + 3x_2 - 3x_3 = -3 \\ 2x_1 + 3x_3 = -5 \end{cases}$$

Solución:

Escribamos la matriz ampliada, si podemos la simplificamos:

$$\begin{aligned} & \begin{pmatrix} 3 & -3 & 3 & -2 \\ -3 & 3 & -3 & -3 \\ 2 & 0 & 3 & -5 \end{pmatrix} \begin{cases} F_1 \Leftrightarrow F_1 \\ F_2 \Leftrightarrow \frac{F_2}{3} \\ F_3 \Leftrightarrow \frac{F_3}{3} \end{cases} \mapsto \\ & \begin{pmatrix} 3 & -3 & 3 & -2 \\ -1 & 1 & -1 & -1 \\ 2 & 0 & 3 & -5 \end{pmatrix} \begin{cases} F_1 \Leftrightarrow F_2 \\ F_2 \Leftrightarrow F_1 \\ F_3 \Leftrightarrow F_3 \end{cases} \mapsto \\ & \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 & -1 \\ 3 & -3 & 3 & -2 \\ 2 & 0 & 3 & -5 \end{pmatrix} \begin{cases} F_1 \Leftrightarrow -F_1 \\ F_2 \Leftrightarrow F_2 \\ F_3 \Leftrightarrow F_3 \end{cases} \mapsto \\ & \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ 3 & -3 & 3 & -2 \\ 2 & 0 & 3 & -5 \end{pmatrix} \begin{cases} F_1 \Leftrightarrow F_1 \\ F_2 \Leftrightarrow -3F_1 + F_2 \\ F_3 \Leftrightarrow -2F_1 + F_3 \end{cases} \mapsto \\ & \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -5 \\ 0 & 2 & 1 & -7 \end{pmatrix} \begin{cases} F_1 \Leftrightarrow F_1 \\ F_2 \Leftrightarrow \frac{F_2}{5} \\ F_3 \Leftrightarrow F_3 \end{cases} \mapsto \\ & \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 1 & -7 \end{pmatrix} \begin{cases} F_1 \Leftrightarrow F_1 \\ F_2 \Leftrightarrow F_3 \\ F_3 \Leftrightarrow F_2 \end{cases} \mapsto \\ & \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & -7 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{cases} F_1 \Leftrightarrow F_1 \\ F_2 \Leftrightarrow F_2 \\ F_3 \Leftrightarrow F_3 \end{cases} \mapsto \\ & \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & -7 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\text{Resolviendo el sistema escalonado } \begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_2 + x_3 = -7 \\ 0 = -1 \end{cases} \text{ se obtienen de soluciones:}$$

No tiene

Tipo de sistema: Sistema incompatible, no tiene solución

5. Resuelve y clasifica el sistema de ecuaciones por el método de Gauss:

$$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 - x_3 = 0 \\ 4x_1 - x_3 = 4 \\ -3x_1 + 2x_2 + 5x_3 = -2 \end{cases}$$

Solución:

Escribamos la matriz ampliada, si podemos la simplificamos:

$$\begin{pmatrix} 2 & -2 & -1 & 0 \\ 4 & 0 & -1 & 4 \\ -3 & 2 & 5 & -2 \end{pmatrix} \left\{ \begin{array}{l} F_1 \Leftrightarrow F_1 \\ F_2 \Leftrightarrow -2F_1 + F_2 \\ F_3 \Leftrightarrow F_3 \end{array} \right\} \mapsto \\
 \begin{pmatrix} 2 & -2 & -1 & 0 \\ 0 & 4 & 1 & 4 \\ -3 & 2 & 5 & -2 \end{pmatrix} \left\{ \begin{array}{l} F_1 \Leftrightarrow F_1 + F_3 \\ F_2 \Leftrightarrow F_2 \\ F_3 \Leftrightarrow F_3 \end{array} \right\} \mapsto \\
 \begin{pmatrix} -1 & 0 & 4 & -2 \\ 0 & 4 & 1 & 4 \\ -3 & 2 & 5 & -2 \end{pmatrix} \left\{ \begin{array}{l} F_1 \Leftrightarrow F_1 \\ F_2 \Leftrightarrow F_2 \\ F_3 \Leftrightarrow -3F_1 + F_3 \end{array} \right\} \mapsto \\
 \begin{pmatrix} -1 & 0 & 4 & -2 \\ 0 & 4 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & -7 & 4 \end{pmatrix} \left\{ \begin{array}{l} F_1 \Leftrightarrow F_1 \\ F_2 \Leftrightarrow F_3 \\ F_3 \Leftrightarrow F_2 \end{array} \right\} \mapsto \\
 \begin{pmatrix} -1 & 0 & 4 & -2 \\ 0 & 2 & -7 & 4 \\ 0 & 4 & 1 & 4 \end{pmatrix} \left\{ \begin{array}{l} F_1 \Leftrightarrow F_1 \\ F_2 \Leftrightarrow F_2 \\ F_3 \Leftrightarrow -2F_2 + F_3 \end{array} \right\} \mapsto \\
 \begin{pmatrix} -1 & 0 & 4 & -2 \\ 0 & 2 & -7 & 4 \\ 0 & 0 & 15 & -4 \end{pmatrix}$$

Resolviendo el sistema escalonado $\begin{cases} -x_1 + 4x_3 = -2 \\ 2x_2 - 7x_3 = 4 \\ 15x_3 = -4 \end{cases}$ se obtienen de soluciones:

$$x_1 : 14/15, x_2 : 16/15, x_3 : -4/15$$

Tipo de sistema: Sistema compatible y determinado

6. Resuelve y clasifica el sistema de ecuaciones por el método de Gauss:

$$\begin{cases} 5x_1 + 5x_2 + 5x_3 = -4 \\ -5x_1 - 5x_2 - 5x_3 = 4 \\ -5x_1 - 3x_2 - 2x_3 = -1 \end{cases}$$

Solución:

Escribamos la matriz ampliada, si podemos la simplificamos:

$$\begin{pmatrix} 5 & 5 & 5 & -4 \\ -5 & -5 & -5 & 4 \\ -5 & -3 & -2 & -1 \end{pmatrix} \left\{ \begin{array}{l} F_1 \Leftrightarrow F_1 \\ F_2 \Leftrightarrow F_1 + F_2 \\ F_3 \Leftrightarrow F_1 + F_3 \end{array} \right\} \mapsto \\
 \begin{pmatrix} 5 & 5 & 5 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 3 & -5 \end{pmatrix} \left\{ \begin{array}{l} F_1 \Leftrightarrow F_1 \\ F_2 \Leftrightarrow F_3 \\ F_3 \Leftrightarrow F_2 \end{array} \right\} \mapsto \\
 \begin{pmatrix} 5 & 5 & 5 & -4 \\ 0 & 2 & 3 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \left\{ \begin{array}{l} F_1 \Leftrightarrow F_1 \\ F_2 \Leftrightarrow F_2 \\ F_3 \Leftrightarrow F_3 \end{array} \right\} \mapsto$$

$$\begin{pmatrix} 5 & 5 & 5 & -4 \\ 0 & 2 & 3 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Resolviendo el sistema escalonado $\begin{cases} 5x_1 + 5x_2 + 5x_3 = -4 \\ 2x_2 + 3x_3 = -5 \\ 0 = 0 \end{cases}$ se obtienen de soluciones:

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tau_0/2 + 17/10 \\ -3\tau_0/2 - 5/2 \\ \tau_0 \end{pmatrix}$$

Tipo de sistema: Sistema compatible indeterminado

7. Resuelve y clasifica el sistema de ecuaciones por el método de Gauss:

$$\begin{cases} 5x_1 + 5x_3 = 1 \\ 5x_1 + x_2 = 1 \\ -5x_1 - x_2 = -1 \end{cases}$$

Solución:

Escribamos la matriz ampliada, si podemos la simplificamos:

$$\begin{pmatrix} 5 & 0 & 5 & 1 \\ 5 & 1 & 0 & 1 \\ -5 & -1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \left\{ \begin{array}{l} F_1 \Leftrightarrow F_1 \\ F_2 \Leftrightarrow -F_1 + F_2 \\ F_3 \Leftrightarrow F_1 + F_3 \end{array} \right\} \mapsto$$

$$\begin{pmatrix} 5 & 0 & 5 & 1 \\ 0 & 1 & -5 & 0 \\ 0 & -1 & 5 & 0 \end{pmatrix} \left\{ \begin{array}{l} F_1 \Leftrightarrow F_1 \\ F_2 \Leftrightarrow F_2 \\ F_3 \Leftrightarrow F_2 + F_3 \end{array} \right\} \mapsto$$

$$\begin{pmatrix} 5 & 0 & 5 & 1 \\ 0 & 1 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Resolviendo el sistema escalonado $\begin{cases} 5x_1 + 5x_3 = 1 \\ x_2 - 5x_3 = 0 \\ 0 = 0 \end{cases}$ se obtienen de soluciones:

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/5 - \tau_0 \\ 5\tau_0 \\ \tau_0 \end{pmatrix}$$

Tipo de sistema: Sistema compatible indeterminado

8. Resuelve y clasifica el sistema de ecuaciones por el método de Gauss:

$$\begin{cases} 3x_1 - 5x_2 - x_3 - x_4 = -5 \\ -3x_1 + x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 0 \\ x_1 - 2x_2 - 2x_3 - 4x_4 = -3 \\ -3x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 5x_4 = 4 \end{cases}$$

Solución:

Escribamos la matriz ampliada, si podemos la simplificamos:

$$\begin{pmatrix} 3 & -5 & -1 & -1 & -5 \\ -3 & 1 & 3 & 4 & 0 \\ 1 & -2 & -2 & -4 & -3 \\ -3 & 4 & 3 & 5 & 4 \end{pmatrix} \left\{ \begin{array}{l} F_1 \Leftrightarrow F_3 \\ F_2 \Leftrightarrow F_2 \\ F_3 \Leftrightarrow F_1 \\ F_4 \Leftrightarrow F_4 \end{array} \right\} \mapsto \\
 \begin{pmatrix} 1 & -2 & -2 & -4 & -3 \\ -3 & 1 & 3 & 4 & 0 \\ 3 & -5 & -1 & -1 & -5 \\ -3 & 4 & 3 & 5 & 4 \end{pmatrix} \left\{ \begin{array}{l} F_1 \Leftrightarrow F_1 \\ F_2 \Leftrightarrow 3F_1 + F_2 \\ F_3 \Leftrightarrow -3F_1 + F_3 \\ F_4 \Leftrightarrow 3F_1 + F_4 \end{array} \right\} \mapsto \\
 \begin{pmatrix} 1 & -2 & -2 & -4 & -3 \\ 0 & -5 & -3 & -8 & -9 \\ 0 & 1 & 5 & 11 & 4 \\ 0 & -2 & -3 & -7 & -5 \end{pmatrix} \left\{ \begin{array}{l} F_1 \Leftrightarrow F_1 \\ F_2 \Leftrightarrow F_3 \\ F_3 \Leftrightarrow F_2 \\ F_4 \Leftrightarrow F_4 \end{array} \right\} \mapsto \\
 \begin{pmatrix} 1 & -2 & -2 & -4 & -3 \\ 0 & 1 & 5 & 11 & 4 \\ 0 & -5 & -3 & -8 & -9 \\ 0 & -2 & -3 & -7 & -5 \end{pmatrix} \left\{ \begin{array}{l} F_1 \Leftrightarrow F_1 \\ F_2 \Leftrightarrow F_2 \\ F_3 \Leftrightarrow 5F_2 + F_3 \\ F_4 \Leftrightarrow 2F_2 + F_4 \end{array} \right\} \mapsto \\
 \begin{pmatrix} 1 & -2 & -2 & -4 & -3 \\ 0 & 1 & 5 & 11 & 4 \\ 0 & 0 & 22 & 47 & 11 \\ 0 & 0 & 7 & 15 & 3 \end{pmatrix} \left\{ \begin{array}{l} F_1 \Leftrightarrow F_1 \\ F_2 \Leftrightarrow F_2 \\ F_3 \Leftrightarrow F_4 \\ F_4 \Leftrightarrow F_3 \end{array} \right\} \mapsto \\
 \begin{pmatrix} 1 & -2 & -2 & -4 & -3 \\ 0 & 1 & 5 & 11 & 4 \\ 0 & 0 & 7 & 15 & 3 \\ 0 & 0 & 22 & 47 & 11 \end{pmatrix} \left\{ \begin{array}{l} F_1 \Leftrightarrow F_1 \\ F_2 \Leftrightarrow F_2 \\ F_3 \Leftrightarrow -3F_3 + F_4 \\ F_4 \Leftrightarrow F_4 \end{array} \right\} \mapsto \\
 \begin{pmatrix} 1 & -2 & -2 & -4 & -3 \\ 0 & 1 & 5 & 11 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 22 & 47 & 11 \end{pmatrix} \left\{ \begin{array}{l} F_1 \Leftrightarrow F_1 \\ F_2 \Leftrightarrow F_2 \\ F_3 \Leftrightarrow F_3 \\ F_4 \Leftrightarrow -22F_3 + F_4 \end{array} \right\} \mapsto \\
 \begin{pmatrix} 1 & -2 & -2 & -4 & -3 \\ 0 & 1 & 5 & 11 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & -33 \end{pmatrix} \left\{ \begin{array}{l} F_1 \Leftrightarrow F_1 \\ F_2 \Leftrightarrow F_2 \\ F_3 \Leftrightarrow F_3 \\ F_4 \Leftrightarrow \frac{F_4}{3} \end{array} \right\} \mapsto \\
 \begin{pmatrix} 1 & -2 & -2 & -4 & -3 \\ 0 & 1 & 5 & 11 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -11 \end{pmatrix}$$

Resolviendo el sistema escalonado $\begin{cases} x_1 - 2x_2 - 2x_3 - 4x_4 = -3 \\ x_2 + 5x_3 + 11x_4 = 4 \\ x_3 + 2x_4 = 2 \\ x_4 = -11 \end{cases}$ se obtienen de soluciones:

$$x_1 : 11, x_2 : 5, x_3 : 24, x_4 : -11$$

Tipo de sistema: Sistema compatible y determinado