Ejercicio de polinomios con pythontex y el paquete polinom

Paco Villegas

1. Dados los polinomios $p(x) = 8x^3 + 4x^2 + 1$ y $q(x) = 3x^2 - 1$. Calcula:

   a) $p(x) \;\underline{\big|\; q(x)}$

   b) El valor numérico de $p(x)$ en $x = -\frac{1}{2}$

2.

   a) Factoriza: $p(x) = x^6 - 16x^5 + 79x^4 - 100x^3 - 236x^2 + 656x - 384$

   b) Resuelve la ecuación: $x^6 - 16x^5 + 79x^4 - 100x^3 - 236x^2 + 656x - 384 = 0$

Solución

1.

   a)
$$\begin{array}{rrrr|l}
8x^3 & +4x^2 & & +1 & 3x^2-1 \\
-8x^3 & & +\frac{8}{3}x & & \frac{8}{3}x+\frac{4}{3} \\
\cline{1-3}
& 4x^2 & +\frac{8}{3}x & +1 & \\
& -4x^2 & & +\frac{4}{3} & \\
\cline{2-4}
& & \frac{8}{3}x & +\frac{7}{3} &
\end{array}$$

   b) $p\left(-\frac{1}{2}\right) = 1 + 4\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + 8\left(-\frac{1}{2}\right)^3 = 1$

2.

   a) Como su término independiente es distinto de 0 no podemos sacar x factor común:

$$p(x) = x^6 - 16x^5 + 79x^4 - 100x^3 - 236x^2 + 656x - 384$$

   Los divisores del término independiente son:

$$\pm[1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 6,\ 8,\ 12,\ 16,\ 24,\ 32,\ 48,\ 64,\ 96,\ 128,\ 192,\ 384]$$

   Usando Ruffini:

$$\begin{array}{r|rrrrrrr}
& 1 & -16 & 79 & -100 & -236 & 656 & -384 \\
1 & & 1 & -15 & 64 & -36 & -272 & 384 \\
\hline
& 1 & -15 & 64 & -36 & -272 & 384 & \boxed{0}
\end{array}$$

$$\begin{array}{r|rrrrrr}
& 1 & -15 & 64 & -36 & -272 & 384 \\
-2 & & -2 & 34 & -196 & 464 & -384 \\
\hline
& 1 & -17 & 98 & -232 & 192 & \boxed{0}
\end{array}$$

$$\begin{array}{r|rrrrr}
& 1 & -17 & 98 & -232 & 192 \\
2 & & 2 & -30 & 136 & -192 \\
\hline
& 1 & -15 & 68 & -96 & \boxed{0}
\end{array}$$

$$\begin{array}{r|rrrr}
& 1 & -15 & 68 & -96 \\
3 & & 3 & -36 & 96 \\
\hline
& 1 & -12 & 32 & \boxed{0}
\end{array}$$

$$\begin{array}{r|rrr}
 & 1 & -12 & 32 \\
4 & & 4 & -32 \\
\hline
 & 1 & -8 & \color{blue}{0}
\end{array}$$

$$\begin{array}{r|rr}
 & 1 & -8 \\
8 & & 8 \\
\hline
 & 1 & \color{blue}{0}
\end{array}$$

se obtiene que

$$p(x) = (x-8)\,(x-4)\,(x-3)\,(x-2)\,(x-1)\,(x+2)$$

b) A partir del apartado anterior, las 6 soluciones son las raíces del polinomio, es decir

$$x = [-2,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 8]$$