Posición relativa de tres planos en el espacio usando el método de Gauss

1. Estudia la posición relativa de los planos de ecuaciones. Resuelve y clasifica el sistema asociado.

$$\begin{cases} \pi_1 \equiv & x - 2y + 2z - 1 = 0 \\ \pi_2 \equiv & z + 4 = 0 \\ \pi_3 \equiv & -x + y - z + 2 = 0 \end{cases}$$

Solución:

$$\begin{cases} x - 2y + 2z = & 1 \\ z = & -4 \\ -x + y - z = & -2 \end{cases}$$

Escribamos la matriz ampliada, si podemos la simplificamos:

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -4 \\ -1 & 1 & -1 & -2 \end{pmatrix} \left\{ \begin{matrix} F_1 & \leftrightarrows & F_1 \\ F_2 & \leftrightarrows & F_2 \\ F_3 & \leftrightarrows & F_1 + F_3 \end{matrix} \right\} \longmapsto$$

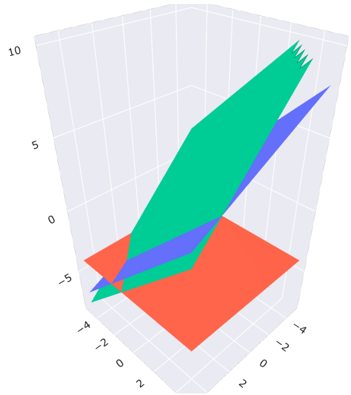
$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -4 \\ 0 & -1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \left\{ \begin{matrix} F_1 & \leftrightarrows & F_1 \\ F_2 & \leftrightarrows & F_3 \\ F_3 & \leftrightarrows & F_2 \end{matrix} \right\} \longmapsto$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -4 \end{pmatrix} \left\{ \begin{matrix} F_1 & \leftrightarrows & F_1 \\ F_2 & \leftrightarrows & -F_2 \\ F_3 & \leftrightarrows & F_3 \end{matrix} \right\} \longmapsto$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -4 \end{pmatrix} \left\{ \begin{matrix} F_1 & \leftrightarrows & F_1 \\ F_2 & \leftrightarrows & F_2 \\ F_3 & \leftrightarrows & F_3 \end{matrix} \right\} \longmapsto$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -4 \end{pmatrix}$$

Posición relativa: Rango(Mc)=3 y Rango(Ma)=3 $\Rightarrow$ Los planos se cortan en un punto



Resolviendo el sistema escalonado $\left\{\begin{array}{rr} x-2y+2z= & 1 \\ y-z= & 1 \\ z= & -4 \end{array}\right.$ se obtienen de soluciones:

$$x:3, y:-3, z:-4$$

Tipo de sistema: Sistema compatible y determinado

2. Estudia la posición relativa de los planos de ecuaciones. Resuelve y clasifica el sistema asociado.

$$\left\{\begin{array}{lr} \pi_1 \equiv & -x-4y-z=0 \\ \pi_2 \equiv & -4x+3y-3z+1=0 \\ \pi_3 \equiv & -2y+3z-1=0 \end{array}\right.$$

Solución:

$$\left\{\begin{array}{rr} -x-4y-z= & 0 \\ -4x+3y-3z= & -1 \\ -2y+3z= & 1 \end{array}\right.$$

Escribamos la matriz ampliada, si podemos la simplificamos:

$$\begin{pmatrix} -1 & -4 & -1 & 0 \\ -4 & 3 & -3 & -1 \\ 0 & -2 & 3 & 1 \end{pmatrix} \left\{\begin{array}{ccc} F_1 & \leftrightarrows & -F_1 \\ F_2 & \leftrightarrows & F_2 \\ F_3 & \leftrightarrows & F_3 \end{array}\right\} \longmapsto$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 4 & 1 & 0 \\ -4 & 3 & -3 & -1 \\ 0 & -2 & 3 & 1 \end{pmatrix} \left\{\begin{array}{ccc} F_1 & \leftrightarrows & F_1 \\ F_2 & \leftrightarrows & 4F_1+F_2 \\ F_3 & \leftrightarrows & F_3 \end{array}\right\} \longmapsto$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 19 & 1 & -1 \\ 0 & -2 & 3 & 1 \end{pmatrix} \left\{\begin{array}{ccc} F_1 & \leftrightarrows & F_1 \\ F_2 & \leftrightarrows & F_3 \\ F_3 & \leftrightarrows & F_2 \end{array}\right\} \longmapsto$$

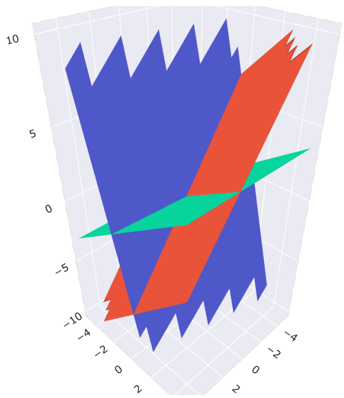
$$\begin{pmatrix} 1 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 3 & 1 \\ 0 & 19 & 1 & -1 \end{pmatrix} \left\{\begin{array}{ccc} F_1 & \leftrightarrows & F_1 \\ F_2 & \leftrightarrows & 9F_2+F_3 \\ F_3 & \leftrightarrows & F_3 \end{array}\right\} \longmapsto$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 28 & 8 \\ 0 & 19 & 1 & -1 \end{pmatrix} \left\{\begin{array}{ccc} F_1 & \leftrightarrows & F_1 \\ F_2 & \leftrightarrows & F_2 \\ F_3 & \leftrightarrows & -19F_2+F_3 \end{array}\right\} \longmapsto$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 28 & 8 \\ 0 & 0 & -531 & -153 \end{pmatrix} \left\{ \begin{matrix} F_1 & \leftrightarrows & F_1 \\ F_2 & \leftrightarrows & F_2 \\ F_3 & \leftrightarrows & \dfrac{F_3}{9} \end{matrix} \right\} \longmapsto$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 28 & 8 \\ 0 & 0 & -59 & -17 \end{pmatrix}$$

Posición relativa: Rango(Mc)=3 y Rango(Ma)=3 $\Rightarrow$ Los planos se cortan en un punto



Resolviendo el sistema escalonado $\begin{cases} x + 4y + z = & 0 \\ \quad y + 28z = & 8 \\ \quad -59z = & -17 \end{cases}$ se obtienen de soluciones:

$$x : -1/59, y : -4/59, z : 17/59$$

Tipo de sistema: Sistema compatible y determinado

3. Estudia la posición relativa de los planos de ecuaciones. Resuelve y clasifica el sistema asociado.

$$\begin{cases} \pi_1 \equiv & -3x - 3y + 4 = 0 \\ \pi_2 \equiv & 3x + 2y - 2 = 0 \\ \pi_3 \equiv & -x + 3y - 2 = 0 \end{cases}$$

Solución:

$$\begin{cases} -3x - 3y = & -4 \\ 3x + 2y = & 2 \\ -x + 3y = & 2 \end{cases}$$

Escribamos la matriz ampliada, si podemos la simplificamos:

$$\begin{pmatrix} -3 & -3 & 0 & -4 \\ 3 & 2 & 0 & 2 \\ -1 & 3 & 0 & 2 \end{pmatrix} \left\{ \begin{matrix} F_1 & \leftrightarrows & F_3 \\ F_2 & \leftrightarrows & F_2 \\ F_3 & \leftrightarrows & F_1 \end{matrix} \right\} \longmapsto$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 3 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & 0 & 2 \\ -3 & -3 & 0 & -4 \end{pmatrix} \left\{ \begin{matrix} F_1 & \leftrightarrows & -F_1 \\ F_2 & \leftrightarrows & F_2 \\ F_3 & \leftrightarrows & F_3 \end{matrix} \right\} \longmapsto$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 & -2 \\ 3 & 2 & 0 & 2 \\ -3 & -3 & 0 & -4 \end{pmatrix} \left\{\begin{array}{lcc} F_1 & \leftrightarrows & F_1 \\ F_2 & \leftrightarrows & -3F_1 + F_2 \\ F_3 & \leftrightarrows & 3F_1 + F_3 \end{array}\right\} \longmapsto$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 & -2 \\ 0 & 11 & 0 & 8 \\ 0 & -12 & 0 & -10 \end{pmatrix} \left\{\begin{array}{lcc} F_1 & \leftrightarrows & F_1 \\ F_2 & \leftrightarrows & F_2 \\ F_3 & \leftrightarrows & \dfrac{F_3}{2} \end{array}\right\} \longmapsto$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 & -2 \\ 0 & 11 & 0 & 8 \\ 0 & -6 & 0 & -5 \end{pmatrix} \left\{\begin{array}{lcc} F_1 & \leftrightarrows & F_1 \\ F_2 & \leftrightarrows & F_3 \\ F_3 & \leftrightarrows & F_2 \end{array}\right\} \longmapsto$$

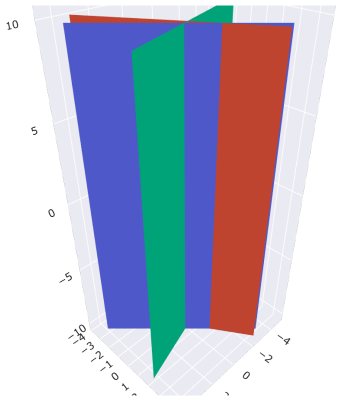
$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 & -2 \\ 0 & -6 & 0 & -5 \\ 0 & 11 & 0 & 8 \end{pmatrix} \left\{\begin{array}{lcc} F_1 & \leftrightarrows & F_1 \\ F_2 & \leftrightarrows & -2F_2 - F_3 \\ F_3 & \leftrightarrows & F_3 \end{array}\right\} \longmapsto$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 11 & 0 & 8 \end{pmatrix} \left\{\begin{array}{lcc} F_1 & \leftrightarrows & F_1 \\ F_2 & \leftrightarrows & F_2 \\ F_3 & \leftrightarrows & -11F_2 + F_3 \end{array}\right\} \longmapsto$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & -14 \end{pmatrix} \left\{\begin{array}{lcc} F_1 & \leftrightarrows & F_1 \\ F_2 & \leftrightarrows & F_2 \\ F_3 & \leftrightarrows & \dfrac{F_3}{14} \end{array}\right\} \longmapsto$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Posición relativa: Rango(Mc)=2 y Rango(Ma)=3 $\Rightarrow$ Los tres planos se cortan dos a dos en tres rectas formando un prisma



Resolviendo el sistema escalonado $\left\{\begin{array}{rr} x - 3y = & -2 \\ y = & 2 \\ 0 = & -1 \end{array}\right.$ se obtienen de soluciones:

$$No\ tiene$$

Tipo de sistema: Sistema incompatible, no tiene solución

4. Estudia la posición relativa de los planos de ecuaciones. Resuelve y clasifica el sistema asociado.

$$\begin{cases} \pi_1 \equiv & -x-4y+4z+3=0 \\ \pi_2 \equiv & 4x+y+3z-4=0 \\ \pi_3 \equiv & 4x+y+3z+1=0 \end{cases}$$

Solución:

$$\begin{cases} -x-4y+4z = & -3 \\ 4x+y+3z = & 4 \\ 4x+y+3z = & -1 \end{cases}$$

Escribamos la matriz ampliada, si podemos la simplificamos:

$$\begin{pmatrix} -1 & -4 & 4 & -3 \\ 4 & 1 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 3 & -1 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} F_1 & \leftrightarrows & -F_1 \\ F_2 & \leftrightarrows & F_2 \\ F_3 & \leftrightarrows & F_3 \end{Bmatrix} \longmapsto$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 4 & -4 & 3 \\ 4 & 1 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 3 & -1 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} F_1 & \leftrightarrows & F_1 \\ F_2 & \leftrightarrows & -4F_1+F_2 \\ F_3 & \leftrightarrows & -4F_1+F_3 \end{Bmatrix} \longmapsto$$

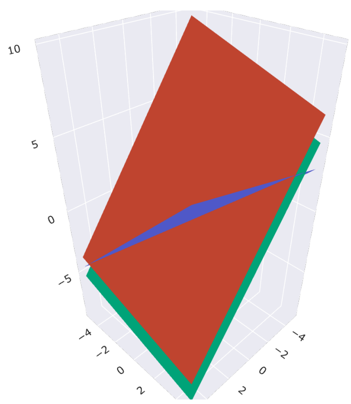
$$\begin{pmatrix} 1 & 4 & -4 & 3 \\ 0 & -15 & 19 & -8 \\ 0 & -15 & 19 & -13 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} F_1 & \leftrightarrows & F_1 \\ F_2 & \leftrightarrows & -F_2 \\ F_3 & \leftrightarrows & F_3 \end{Bmatrix} \longmapsto$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 4 & -4 & 3 \\ 0 & 15 & -19 & 8 \\ 0 & -15 & 19 & -13 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} F_1 & \leftrightarrows & F_1 \\ F_2 & \leftrightarrows & F_2 \\ F_3 & \leftrightarrows & F_2+F_3 \end{Bmatrix} \longmapsto$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 4 & -4 & 3 \\ 0 & 15 & -19 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & -5 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} F_1 & \leftrightarrows & F_1 \\ F_2 & \leftrightarrows & F_2 \\ F_3 & \leftrightarrows & \dfrac{F_3}{5} \end{Bmatrix} \longmapsto$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 4 & -4 & 3 \\ 0 & 15 & -19 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Posición relativa: Rango(Mc)=2 y Rango(Ma)=3 $\Rightarrow$ Dos planos son paralelos y el otro no



Resolviendo el sistema escalonado $\begin{cases} x+4y-4z = & 3 \\ 15y-19z = & 8 \\ 0 = & -1 \end{cases}$ se obtienen de soluciones:

No tiene

Tipo de sistema: Sistema incompatible, no tiene solución

5. Estudia la posición relativa de los planos de ecuaciones. Resuelve y clasifica el sistema asociado.

$$\begin{cases} \pi_1 \equiv & -x-4y+4=0 \\ \pi_2 \equiv & 2x+2y+2=0 \\ \pi_3 \equiv & x+4y-4=0 \end{cases}$$

Solución:

$$\begin{cases} -x-4y = & -4 \\ 2x+2y = & -2 \\ x+4y = & 4 \end{cases}$$

Escribamos la matriz ampliada, si podemos la simplificamos:

$$\begin{pmatrix} -1 & -4 & 0 & -4 \\ 2 & 2 & 0 & -2 \\ 1 & 4 & 0 & 4 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} F_1 & \leftrightarrows & F_1 \\ F_2 & \leftrightarrows & \frac{F_2}{2} \\ F_3 & \leftrightarrows & F_3 \end{Bmatrix} \longmapsto$$

$$\begin{pmatrix} -1 & -4 & 0 & -4 \\ 1 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & 4 & 0 & 4 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} F_1 & \leftrightarrows & -F_1 \\ F_2 & \leftrightarrows & F_2 \\ F_3 & \leftrightarrows & F_3 \end{Bmatrix} \longmapsto$$

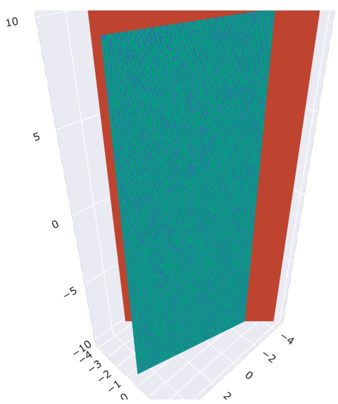
$$\begin{pmatrix} 1 & 4 & 0 & 4 \\ 1 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & 4 & 0 & 4 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} F_1 & \leftrightarrows & F_1 \\ F_2 & \leftrightarrows & -F_1+F_2 \\ F_3 & \leftrightarrows & -F_1+F_3 \end{Bmatrix} \longmapsto$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 4 & 0 & 4 \\ 0 & -3 & 0 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} F_1 & \leftrightarrows & F_1 \\ F_2 & \leftrightarrows & -F_2 \\ F_3 & \leftrightarrows & F_3 \end{Bmatrix} \longmapsto$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 4 & 0 & 4 \\ 0 & 3 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} F_1 & \leftrightarrows & F_1 \\ F_2 & \leftrightarrows & F_2 \\ F_3 & \leftrightarrows & F_3 \end{Bmatrix} \longmapsto$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 4 & 0 & 4 \\ 0 & 3 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Posición relativa: Rango(Mc)=2 y Rango(Ma)=2 $\Rightarrow$ Dos planos son iguales y el otro secante. Se cortan en una recta



Resolviendo el sistema escalonado $\begin{cases} x+4y= & 4 \\ 3y= & 5 \\ 0= & 0 \end{cases}$ se obtienen de soluciones:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{8}{3} \\ \frac{5}{3} \\ \tau_0 \end{bmatrix}$$

Tipo de sistema: Sistema compatible indeterminado

6. Estudia la posición relativa de los planos de ecuaciones. Resuelve y clasifica el sistema asociado.

$$\begin{cases} \pi_1 \equiv & x-2y-4z+1=0 \\ \pi_2 \equiv & 2x-4y-4z+2=0 \\ \pi_3 \equiv & -2x+4y+z-2=0 \end{cases}$$

Solución:

$$\begin{cases} x-2y-4z= & -1 \\ 2x-4y-4z= & -2 \\ -2x+4y+z= & 2 \end{cases}$$

Escribamos la matriz ampliada, si podemos la simplificamos:

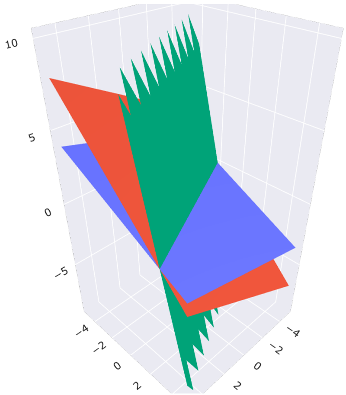
$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & -4 & -1 \\ 2 & -4 & -4 & -2 \\ -2 & 4 & 1 & 2 \end{pmatrix} \left\{ \begin{matrix} F_1 & \leftrightarrows & F_1 \\ F_2 & \leftrightarrows & \frac{F_2}{2} \\ F_3 & \leftrightarrows & F_3 \end{matrix} \right\} \longmapsto$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & -4 & -1 \\ 1 & -2 & -2 & -1 \\ -2 & 4 & 1 & 2 \end{pmatrix} \left\{ \begin{matrix} F_1 & \leftrightarrows & F_1 \\ F_2 & \leftrightarrows & -F_1+F_2 \\ F_3 & \leftrightarrows & 2F_1+F_3 \end{matrix} \right\} \longmapsto$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & -4 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -7 & 0 \end{pmatrix} \left\{ \begin{matrix} F_1 & \leftrightarrows & F_1 \\ F_2 & \leftrightarrows & \frac{F_2}{2} \\ F_3 & \leftrightarrows & \frac{F_3}{7} \end{matrix} \right\} \longmapsto$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & -4 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Posición relativa: Rango(Mc)=2 y Rango(Ma)=2 $\Rightarrow$ Los tres planos se cortan en una recta



Resolviendo el sistema escalonado $\begin{cases} x-2y-4z= & -1 \\ z= & 0 \\ -z= & 0 \end{cases}$ se obtienen de soluciones:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\tau_0 - 1 \\ \tau_0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Tipo de sistema: Sistema compatible indeterminado

7. Estudia la posición relativa de los planos de ecuaciones. Resuelve y clasifica el sistema asociado.

$$\begin{cases} \pi_1 \equiv & -3x-y+2z+4=0 \\ \pi_2 \equiv & 15x+5y-10z+2=0 \\ \pi_3 \equiv & -12x-4y+8z+3=0 \end{cases}$$

Solución:

$$\begin{cases} -3x-y+2z= & -4 \\ 15x+5y-10z= & -2 \\ -12x-4y+8z= & -3 \end{cases}$$

Escribamos la matriz ampliada, si podemos la simplificamos:

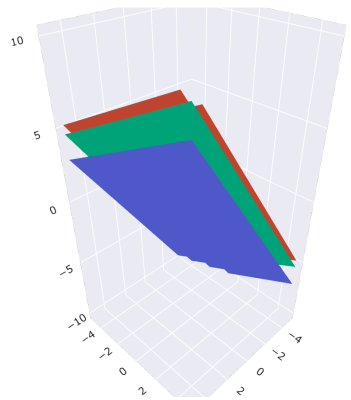
$$\begin{pmatrix} -3 & -1 & 2 & -4 \\ 15 & 5 & -10 & -2 \\ -12 & -4 & 8 & -3 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} F_1 & \leftrightarrows & -F_1 \\ F_2 & \leftrightarrows & F_2 \\ F_3 & \leftrightarrows & F_3 \end{Bmatrix} \longmapsto$$

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & -2 & 4 \\ 15 & 5 & -10 & -2 \\ -12 & -4 & 8 & -3 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} F_1 & \leftrightarrows & F_1 \\ F_2 & \leftrightarrows & -5F_1+F_2 \\ F_3 & \leftrightarrows & 4F_1+F_3 \end{Bmatrix} \longmapsto$$

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & -2 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & -22 \\ 0 & 0 & 0 & 13 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} F_1 & \leftrightarrows & F_1 \\ F_2 & \leftrightarrows & \frac{F_2}{22} \\ F_3 & \leftrightarrows & \frac{F_3}{13} \end{Bmatrix} \longmapsto$$

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & -2 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Posición relativa: Rango(Mc)=1 y Rango(Ma)=2 $\Rightarrow$ Los tres planos son paralelos



Resolviendo el sistema escalonado $\left\{\begin{array}{rr} 3x+y-2z= & 4 \\ 0= & -1 \\ 0= & 1 \end{array}\right.$ se obtienen de soluciones:

$$\textit{No tiene}$$

Tipo de sistema: Sistema incompatible, no tiene solución

8. Estudia la posición relativa de los planos de ecuaciones. Resuelve y clasifica el sistema asociado.

$$\left\{\begin{array}{lr} \pi_1 \equiv & -4x+2y-z+4=0 \\ \pi_2 \equiv & -16x+8y-4z+8=0 \\ \pi_3 \equiv & 8x-4y+2z-4=0 \end{array}\right.$$

Solución:

$$\left\{\begin{array}{rr} -4x+2y-z= & -4 \\ -16x+8y-4z= & -8 \\ 8x-4y+2z= & 4 \end{array}\right.$$

Escribamos la matriz ampliada, si podemos la simplificamos:

$$\begin{pmatrix} -4 & 2 & -1 & -4 \\ -16 & 8 & -4 & -8 \\ 8 & -4 & 2 & 4 \end{pmatrix} \left\{\begin{array}{ccc} F_1 & \leftrightarrows & F_1 \\ F_2 & \leftrightarrows & \dfrac{F_2}{4} \\ F_3 & \leftrightarrows & \dfrac{F_3}{2} \end{array}\right\} \longmapsto$$

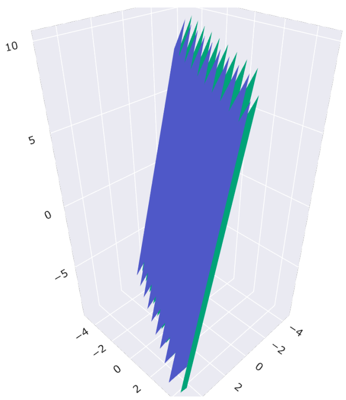
$$\begin{pmatrix} -4 & 2 & -1 & -4 \\ -4 & 2 & -1 & -2 \\ 4 & -2 & 1 & 2 \end{pmatrix} \left\{\begin{array}{ccc} F_1 & \leftrightarrows & -F_1 \\ F_2 & \leftrightarrows & F_2 \\ F_3 & \leftrightarrows & F_3 \end{array}\right\} \longmapsto$$

$$\begin{pmatrix} 4 & -2 & 1 & 4 \\ -4 & 2 & -1 & -2 \\ 4 & -2 & 1 & 2 \end{pmatrix} \left\{\begin{array}{ccc} F_1 & \leftrightarrows & F_1 \\ F_2 & \leftrightarrows & F_1+F_2 \\ F_3 & \leftrightarrows & -F_1+F_3 \end{array}\right\} \longmapsto$$

$$\begin{pmatrix} 4 & -2 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \left\{\begin{array}{ccc} F_1 & \leftrightarrows & F_1 \\ F_2 & \leftrightarrows & \dfrac{F_2}{2} \\ F_3 & \leftrightarrows & \dfrac{F_3}{2} \end{array}\right\} \longmapsto$$

$$\begin{pmatrix} 4 & -2 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Posición relativa: Rango(Mc)=1 y Rango(Ma)=2 $\Rightarrow$ Dos planos son el mismo y otro paralelo a ellos



Resolviendo el sistema escalonado $\begin{cases} 4x - 2y + z = & 4 \\ 0 = & 1 \\ 0 = & -1 \end{cases}$ se obtienen de soluciones:

$$No\ tiene$$

Tipo de sistema: Sistema incompatible, no tiene solución

9. Estudia la posición relativa de los planos de ecuaciones. Resuelve y clasifica el sistema asociado.

$$\begin{cases} \pi_1 \equiv & -x + 2z + 3 = 0 \\ \pi_2 \equiv & -3x + 6z + 9 = 0 \\ \pi_3 \equiv & -2x + 4z + 6 = 0 \end{cases}$$

Solución:

$$\begin{cases} -x + 2z = & -3 \\ -3x + 6z = & -9 \\ -2x + 4z = & -6 \end{cases}$$

Escribamos la matriz ampliada, si podemos la simplificamos:

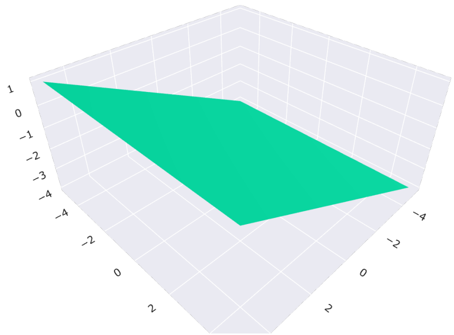
$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 & -3 \\ -3 & 0 & 6 & -9 \\ -2 & 0 & 4 & -6 \end{pmatrix} \left\{ \begin{matrix} F_1 & \leftrightarrows & F_1 \\ F_2 & \leftrightarrows & \frac{F_2}{3} \\ F_3 & \leftrightarrows & \frac{F_3}{2} \end{matrix} \right\} \longmapsto$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 & -3 \\ -1 & 0 & 2 & -3 \\ -1 & 0 & 2 & -3 \end{pmatrix} \left\{ \begin{matrix} F_1 & \leftrightarrows & -F_1 \\ F_2 & \leftrightarrows & F_2 \\ F_3 & \leftrightarrows & F_3 \end{matrix} \right\} \longmapsto$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & 3 \\ -1 & 0 & 2 & -3 \\ -1 & 0 & 2 & -3 \end{pmatrix} \left\{ \begin{matrix} F_1 & \leftrightarrows & F_1 \\ F_2 & \leftrightarrows & F_1 + F_2 \\ F_3 & \leftrightarrows & F_1 + F_3 \end{matrix} \right\} \longmapsto$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Posición relativa: Rango(Mc)=1 y Rango(Ma)=1 $\Rightarrow$ Los tres planos son el mismo



Resolviendo el sistema escalonado $\begin{cases} x - 2z = & 3 \\ 0 = & 0 \\ 0 = & 0 \end{cases}$ se obtienen de soluciones:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\tau_1 + 3 \\ \tau_0 \\ \tau_1 \end{bmatrix}$$

Tipo de sistema: Sistema compatible indeterminado